

DOI: 10.17323/2587-814X.2025.1.93.107

# Метод оценки стоимости земельного участка в составе единого объекта недвижимости на основе теоретико-игрового подхода\*

**М.Б. Ласкин** 

E-mail: laskin.m@iias.spb.su

Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия

## Аннотация

При массовой оценке рыночной стоимости недвижимого имущества, а также при кадастровой оценке часто возникает задача о справедливом разделении стоимости единого объекта недвижимости на стоимость земельного участка и расположенных на нем улучшений (зданий). Одним из ключевых источников информации при проведении оценки стоимости объектов недвижимого имущества являются рыночные данные. Такие данные могут содержать сведения о ценах предложений, или данные о фактических ценах сделок (например, при сделках с ипотекой) в целом за весь объект. В то же время учетная политика предприятий, разные ставки земельного налога и налога на имущество часто требуют отдельного учета стоимости земельных участков и расположенных на них зданий, сооружений и т.п. Проблема такой разверстки стоимости единых объектов является предметом постоянных дискуссий в оценочном сообществе, устоявшиеся методики отсутствуют. В статье предложен метод справедливого разделения стоимости единого объекта недвижимости, базирующийся на подходе, заимствованном из кооперативной теории игр. Рассмотрена простая игровая постановка задачи и ее справедливое решение, основанное на векторе Шепли. Получены простые и хорошо интерпретируемые расчетные формулы, позволяющие провести разверстку рыночной стоимости единых объектов на больших массивах данных с минимальными временными затратами. Предложенный метод в теории и практике оценки является новым.

\* Статья опубликована при поддержке Программы НИУ ВШЭ «Университетское партнерство»

**Ключевые слова:** единый объект недвижимости, вектор Шепли, множественная линейная регрессия, логарифмически нормальное распределение цен, разверстка стоимости объекта недвижимости

**Цитирование:** Ласкин М.Б. Метод оценки стоимости земельного участка в составе единого объекта недвижимости на основе теоретико-игрового подхода // Бизнес-информатика. 2025. Т. 19. № 1. С. 93–107. DOI: 10.17323/2587-814X.2025.1.93.107

## Введение

Одной из актуальных задач оценки недвижимого имущества, в особенности при кадастровой оценке, является проблема разверстки оценочной стоимости единого объекта недвижимости<sup>1</sup> (ЕОН) на доли стоимости земельного участка (ЗУ) и улучшений на нем (зданий, сооружений и т.п.). Подробное описание возникающих в оценочной практике ситуаций, требующих такого разделения, дано в [1].

В [1] в качестве одного из методов разделения оценочной стоимости ЕОН на долю земельной составляющей и долю зданий предлагается методология (вектор Шепли), заимствованная из теории игр. Следует отметить, что применению вектора Шепли в машинном обучении уделяется достаточно большое внимание со стороны исследователей различных прикладных областей (см., например [2–7]). В том числе для оценки степени влияния факторов в линейной регрессионной модели [8–9]. В работе [10] рассматривается приложение модели множественной линейной регрессии и вектора Шепли при исследовании соотношения между стоимостями земли и зданий на примере рыночных данных в г. Монреале.

В настоящей статье рассматривается подход к решению задачи разверстки оценочной стоимости ЕОН, вытекающий из идеологии применения вектора Шепли. В этом случае целевой переменной является оценка стоимости ЕОН, а ценообразующими факторами<sup>2</sup> площадь ЗУ и площадь улучшений на нем (зданий и сооружений).

## 1. Постановка задачи

Введем обозначения:

$V$  – цена предложения (или сделки) за ЕОН;

$SB$  – площадь улучшений в составе ЕОН;

$SP$  – площадь земельного участка в составе ЕОН.

Предположим, что имеется  $n$  наблюдений в виде трехмерных векторов  $(V_i, SP_i, SB_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$  и удалось построить некоторую оценочную функциональную зависимость  $Y = f(sp, sb)$ , в некотором смысле наилучшим образом отражающую связь между целевой переменной и факторами (под  $Y$  будем понимать оценку стоимости ЕОН, под  $sp, sb$  – фиксированные значения площади ЗУ и улучшений, соответственно). Оценку по формуле  $Y = f(sp, sb)$  будем рассматривать как результат совокупного влияния факторов  $SP, SB$  при заданных значениях  $SP = sp, SB = sb$ , а функции  $Y_1 = f_1(sp)$  и  $Y_2 = f_2(sb)$  – как результат построения оценок по каждому из факторов по отдельности, на тех же исходных данных, что и  $Y = f(sp, sb)$ .

Требуется построить модель зависимости общей стоимости объекта и распределить стоимость между земельным участком и улучшениями, с применением некоторого критерия справедливости.

## 2. Метод решения (построение вектора Шепли)

В нашем случае рассматриваются всего два фактора. Площадь ЗУ и площадь улучшений. В терминах теории игр – простейшая кооперативная игра с двумя участниками (о теории игр см., например, [11, 12]). Вектор Шепли в данном случае представ-

<sup>1</sup> Под единым объектом недвижимости понимается объект, в состав которого входит земельный участок и расположенные на нем здания, сооружения.

<sup>2</sup> В линейной регрессионной модели может участвовать большее количество факторов. В настоящей статье рассматриваются два указанных фактора, поскольку проблема заключается в распределении стоимости ЕОН только между этими двумя факторами.

ляет собой некоторое оптимальное распределение стоимости, где вклад ЗУ и улучшений в общую стоимость равен среднему вкладу по всем возможным «коалициям». Возможных коалиций – всего две (*sp, sb*) и (*sb, sp*). Построим таблицу значений «функции выигрыша», расчета вектора Шепли и долей, которые следует отнести на стоимость ЗУ и улучшений (*табл. 1*).

Для переноса игрового подхода к решению задачи разверстки оценочной стоимости ЕОН должны выполняться следующие условия:

1. Эффективность.
2. Аддитивность по коалициям.
3. Симметричность.
4. Факторы, не влияющие на результат, не участвуют в модели (в игровой терминологии «аксиома болвана»).

Мы рассматриваем оценку ЕОН, т.е. у объекта есть ненулевая площадь здания и ненулевая площадь земельного участка. Следовательно,  $Y_1 > 0$ ,  $Y_2 > 0$ . Неравенства  $Y > Y_1$ ,  $Y > Y_2$  обеспечивают выполнение условий эффективности и аддитивности (по коалициям). Выполнение третьего и четвертого условия обеспечено условиями задачи: в обучающей модели нет одинаковых факторов; факторы, не влияющие на результат, отсутствуют.

Выполнение условий,  $Y_1 > 0$ ,  $Y_2 > 0$ ,  $Y > Y_1$ ,  $Y > Y_2$  обеспечивает существование ядра, следовательно

Таблица 1.

**Расчет доли земельной составляющей и доли на здания в оценке ЕОН с помощью вектора Шепли**

Коалиции/факторы	<i>sp</i>	<i>sb</i>
( <i>sp, sb</i> )	$Y_1$	$Y - Y_1$
( <i>sb, sp</i> )	$Y - Y_2$	$Y_2$
Среднее по коалициям (вектор Шепли)	$\frac{Y + Y_1 - Y_2}{2}$	$\frac{Y - Y_1 + Y_2}{2}$
Доля на землю / доля на улучшения (здание)	$\frac{Y + Y_1 - Y_2}{2 \cdot Y}$	$\frac{Y - Y_1 + Y_2}{2 \cdot Y}$

наличие дележа и существования вектора Шепли, как единственного справедливого дележа.

Невыполнение условия  $Y > Y_1$  ( $Y \leq Y_1$ ) означает, что оценка ЕОН только по первому фактору «площадь ЗУ» дает величину не меньшую, чем оценка по двум факторам. В этом случае улучшения в составе ЕОН имеют отрицательную или нулевую стоимость.

Невыполнение условия  $Y > Y_2$  ( $Y \leq Y_2$ ) означает, что оценка ЕОН только по второму фактору «площадь улучшений» дает величину не меньшую, чем оценка по двум факторам. В этом случае ЗУ в составе ЕОН<sup>3</sup>, имеет отрицательную или нулевую стоимость.

Расчет доли стоимости ЗУ и улучшений в составе ЕОН, показанный в *таблице 1* не зависит от модели, по которой оценивалась стоимость ЕОН. В то же время подбор модели может зависеть от того, как устроены рыночные данные. В терминах теоретико-игровой постановки это означает, что отдельной частью исследования является подбор характеристической функции, т.е. функции, которая формирует правило «выигрыша».

**3. Построение характеристической функции**

Следует отметить, что выбор характеристической функции существенно влияет на результат расчетов. В некоторых случаях удается получить модель вида

$$V = a + b \cdot sp + c \cdot sb \tag{1}$$

с удовлетворительными показателями качества.

В этом случае  $Y_1$  и  $Y_2$  ищем в виде  $Y_1 = a_1 + b_1 \cdot sp$  и  $Y_2 = a_2 + c_2 \cdot sb$ .

Доля на ЗУ равна

$$\frac{Y + Y_1 - Y_2}{2 \cdot Y} = \frac{1}{2} + \frac{a_1 - a_2 + b_1 \cdot sp - c_2 \cdot sb}{2 \cdot (a + b \cdot sp + c \cdot sb)},$$

доля на улучшения равна

$$\frac{Y - Y_1 + Y_2}{2 \cdot Y} = \frac{1}{2} + \frac{a_2 - a_1 - b_1 \cdot sp + c_2 \cdot sb}{2 \cdot (a + b \cdot sp + c \cdot sb)}.$$

<sup>3</sup> Следует отметить, что свободный (или условно свободный) ЗУ и ЗУ в составе ЕОН являются разными типами недвижимого имущества. Для свободных (условно свободных) ЗУ предполагается существование оборота на рынке недвижимого имущества. Оборот ЗУ, находящихся в составе ЕОН, как отдельных участков отсутствует.

Формализованное представление в виде игры. Предположим, что двое играют в такую игру: первый игрок выбирает величину  $sp$  и получает выигрыш  $Y_1$ , второй выбирает величину  $sb$  и получает выигрыш  $Y_2$ ; если они объединяются в коалицию, то получают на двоих выигрыш  $Y = V$ . Условия существования «дележа»

$$Y_1 > 0, Y_2 > 0, Y > Y_1, Y > Y_2,$$

зависят от знаков коэффициентов линейных регрессионных моделей. Как распределить выигрыш, если он существует, между игроками (в нашей предметной области между ЗУ и улучшениями)?

В задачах оценки недвижимого имущества модель вида (1) часто оказывается неприменимой из-за несимметричных распределений величин  $V, sp, sb$  и, следовательно, несимметричного распределения ошибок линейной регрессионной модели. В работе [13] показано, что распределения цен, образованных последовательными сравнениями, сходятся к логарифмически нормальному распределению. На этот же факт указывали авторы [14, 15]. Часто такому же распределению подчиняются площади улучшений (см., например, [16]). Такую же тенденцию имеют и площади ЗУ. Следует отметить, что для ЗУ распределение площадей в отдельных секторах рынка может не подтверждаться статистическими тестами из-за большого количества объектов сравнения одинаковой площади (например, дачные поселки, образованные в советский период). При допущении, что величины  $V, sp, sb$  распределены совместно логарифмически нормально<sup>4</sup>, линейная модель может быть рассмотрена в виде:

$$\ln(V) = a + b \cdot \ln(sp) + c \cdot \ln(sb), \quad (2)$$

а общая модель задачи в виде:

$$V = e^a \cdot sp^b \cdot sb^c. \quad (3)$$

В этом случае  $Y_1$  и  $Y_2$  ищем в виде

$$\ln(Y_1) = a_1 + b_1 \cdot \ln(sp) \text{ и } \ln(Y_2) = a_2 + c_2 \cdot \ln(sb) \quad (4)$$

и получаем

$$Y = e^a \cdot sp^b \cdot sb^c, Y_1 = e^{a_1} \cdot sp^{b_1}, Y_2 = e^{a_2} \cdot sb^{c_2}$$

Доля на ЗУ равна

$$\frac{Y + Y_1 - Y_2}{2 \cdot Y} = \frac{1}{2} + \frac{e^{a_1} \cdot sp^{b_1} - e^{a_2} \cdot sb^{c_2}}{2 \cdot e^a \cdot sp^b \cdot sb^c},$$

доля на улучшения равна

$$\frac{Y - Y_1 + Y_2}{2 \cdot Y} = \frac{1}{2} - \frac{e^{a_1} \cdot sp^{b_1} - e^{a_2} \cdot sb^{c_2}}{2 \cdot e^a \cdot sp^b \cdot sb^c}. \quad (5)$$

Условия для существования «дележа»:  $Y_1 > 0, Y_2 > 0$  выполняются, для выполнения условий  $Y > Y_1, Y > Y_2$  должны выполняться неравенства, зависящие от моделей (3) и (4)

$$e^a \cdot sp^b \cdot sb^c > e^{a_1} \cdot sp^{b_1} \text{ и } e^a \cdot sp^b \cdot sb^c > e^{a_2} \cdot sb^{c_2},$$

которые на плоскости  $(sp, sb)$  дают область, ограниченную условиями

$$sb > e^{\frac{a_1 - a}{c}} \cdot sp^{\frac{b_1 - b}{c}} \text{ и } sp > e^{\frac{a_2 - a}{b}} \cdot sb^{\frac{c_2 - c}{b}}. \quad (6)$$

Как будет показано ниже, могут быть и комбинированные модели. Данные могут быть устроены таким образом, что для величин  $Y, Y_1, Y_2$  будут построены модели разного типа. В любом случае принцип построения вектора Шепли (табл. 1) не изменится.

При оценке рыночной стоимости долей ЗУ и улучшений в составе ЕОН вполне может оказаться, что либо свободный ЗУ, либо дом на нем может быть оценен дороже, чем ЕОН. Такие ситуации хорошо интерпретируются: в первом случае здание ухудшает ЗУ по сравнению со свободным (условно свободным) ЗУ, во втором случае улучшения оцениваются настолько дорого, что ЗУ (в составе ЕОН) по сравнению с ними ничего не стоит или имеет отрицательную стоимость. При кадастровой оценке такая интерпретация невозможна – кадастровый оценщик в любом случае обязан назначить какую-то положительную кадастровую стоимость и ЗУ, и улучшениям. В то же время кадастровую оценку, выполняемую методами массовой оценки следует проводить как рыночную [17]. Для целей кадастровой оценки величины  $Y_1, Y_2$  модифицируем следующим образом

$$Y_1 = \begin{cases} f_1(sp), & \text{если } f_1(sp) < Y \\ Y = f(sp, sb), & \text{если } f_1(sp) \geq Y, \end{cases}$$

<sup>4</sup> В любом случае, часто оказывается, что логарифмирование несимметрично распределенных цен позволяет перейти к построению линейной модели в логарифмах, для которой выполняются условия теоремы Гаусса-Маркова.

$$Y_2 = \begin{cases} f_2(sb), & \text{если } f_2(sb) < Y \\ Y = f(sp, sb), & \text{если } f_2(sb) \geq Y. \end{cases} \quad (7)$$

Такой выбор  $Y_1, Y_2$ , позволит получить положительные кадастровые стоимости как для ЗУ, так и для улучшений.

**4. Концепция информационного обеспечения кадастровых управлений при расчетах кадастровых стоимостей ЗУ и зданий входящих в состав единых объектов недвижимости**

Предложенный выше подход легко реализуется в таких средах как Python, статистический пакет R. Их преимуществом является открытость и доступность любому пользователю. Любой оценщик (исследователь), заинтересованный в применении современных методов работы с большими объемами данных, может самостоятельно освоить необходимый набор навыков для получения качественных аналитических результатов. В кадастровых управлениях имеются собственные базы данных, с которыми результаты расчетов легко сопрягаются, так как все они могут быть выгружены из специализированных пакетов в нужных форматах (как правило, файлы с расширением .csv). Практическая реализация предложенного выше метода может быть представлена блок-схемой, показанной на рисунке 1.

Несложный программный код в среде, например, статистического пакета R позволяет не только рассчитать доли стоимости для конкретного объекта, но и создавать таблицы (даже справочные таблицы, при условии тщательного отбора данных по времени и локации) и встраивать в кадастровые базы данных результаты таких расчетов.

Рассмотрим на примере, в котором используются данные из статьи [1] и предоставленные ее авторами (источники первичных данных сайты krasnodar.cian.ru, avito.ru). Общее число наблюдений (объектов сравнения) в статье [1] – 49, из них 39 объектов – ЕОН, остальные 10 – свободные земельные участки. Регион – г. Краснодар, вид разрешенного использования – индивидуальное жилое строительство. Данные представлены в таблице 2. Расчеты выполнялись в статистическом пакете R (читателям, не знакомым с R могут быть рекомендованы книги [18, 19]).

Прежде всего, следует отметить, что свободные (условно свободные) ЗУ и ЗУ в составе ЕОН – разные виды недвижимости. Для первых объектов существует рынок, на котором обращаются свободные ЗУ. Для вторых – рынка нет, ЗУ в составе ЕОН не продаются отдельно от зданий, сооружений, находящихся на них, они могут быть проданы только в совокупности с улучшениями. Для построения общей модели  $Y=f(sp, sb)$  используем данные по 39 объектам ЕОН. Для построения модели  $Y_1=f_1(sp)$  используем данные по свободным ЗУ, для построения модели  $Y_2=f_2(sb)$  используем данные по ЕОН, так как в них есть улучшения.

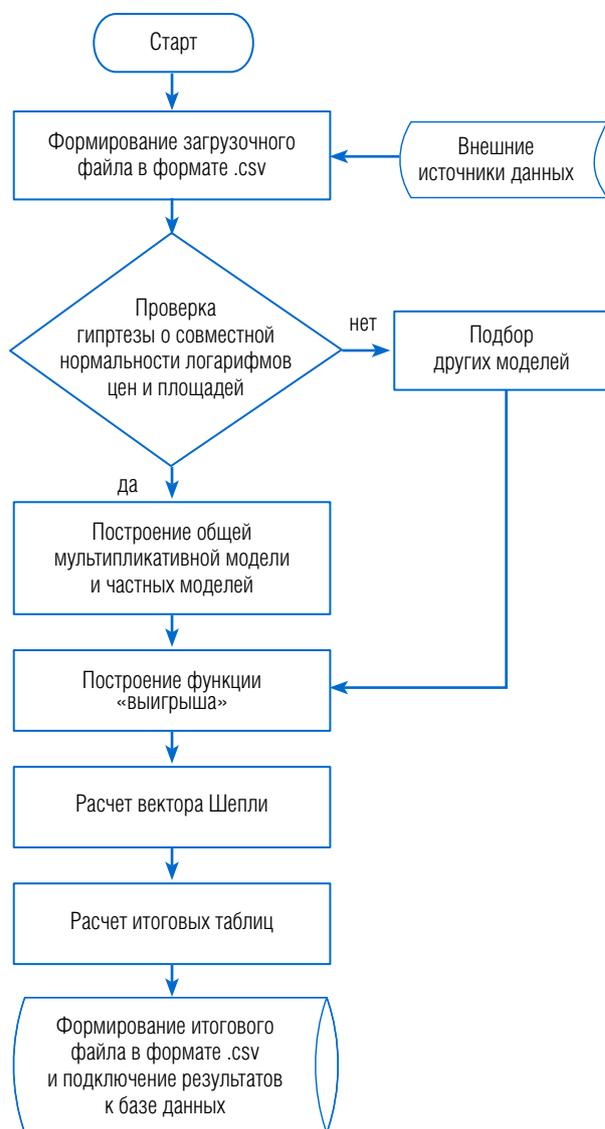


Рис. 1. Блок-схема программного кода для расчета долей стоимостей ЗУ и зданий, входящих в состав ЕОН.

Таблица 2.

## Данные о площадях ЗУ, зданий и ценах объектов сравнения

№	Площадь ЗУ, кв. м	Площадь улучшений (здания), кв. м	Цена, млн руб.	№	Площадь ЗУ, кв. м	Площадь улучшений (здания), кв. м	Цена, млн руб.
1	650,0	80,0	18,6	26	600,0	300,0	47,0
2	500,0	242,0	30,0	27	215,0	0,0	4,0
3	1120,0	720,0	78,0	28	700,0	145,0	16,0
4	580,0	300,0	65,0	29	280,0	97,1	12,5
5	120,0	62,8	6,5	30	600,0	36,0	10,0
6	580,0	49,0	3,1	31	520,0	0,0	12,0
7	800,0	370,0	125,0	32	420,0	50,0	8,8
8	500,0	0,0	15,0	33	450,0	84,0	6,3
9	215,0	123,6	7,0	34	220,0	150,0	12,0
10	640,0	260,0	16,0	35	500,0	84,0	3,9
11	383,0	43,0	9,9	36	450,0	100,0	18,5
12	600,0	50,0	7,8	37	900,0	0,0	35,0
13	616,0	149,0	18,0	38	200,0	160,0	12,0
14	707,0	0,0	8,0	39	314,0	66,3	11,0
15	400,0	90,0	10,0	40	454,0	90,0	9,5
16	300,0	90,0	6,4	41	850,0	0,0	25,0
17	600,0	160,0	19,3	42	300,0	88,0	7,8
18	2330,0	0,0	90,0	43	100,0	50,0	2,5
19	360,0	270,0	25,4	44	490,0	91,0	15,0
20	450,0	85,7	10,5	45	400,0	0,0	14,0
21	350,0	150,0	6,3	46	500,0	0,0	10,0
22	613,0	0,0	23,0	47	400,0	108,0	4,6
23	200,0	56,3	7,5	48	460,0	120,0	17,0
24	700,0	350,0	47,0	49	150,0	44,0	3,0
25	860,0	106,8	6,5				

Построение линейной регрессионной модели по двум факторам не дает удовлетворительной модели (табл. 3). Наблюдается явная асимметрия ошибок, два коэффициента модели имеют неудовлетворительные значения  $t$ -критерия Стьюдента.

Линейная регрессионная модель, построенная для логарифмов переменных, напротив, дает приемлемый результат (табл. 4).

Для изучаемого сектора недвижимости получили модель (характеристическую функцию) вида:

$$V = e^a \cdot sp^b \cdot sb^c = e^{-4,1812} \cdot sp^{0,4246} \cdot sb^{0,8739}. \quad (8)$$

Подставляя в формулу (8) фиксированные значения  $sp$  и  $sb$  получаем оценку стоимости ЕОН.

Для построения модели только по площади ЗУ выберем 10 свободных ЗУ из исходного набора данных. Для этого множества удастся построить удовлетворительную линейную регрессионную модель (табл. 5), логарифмирование в этом случае не дало лучшей модели.

Получаем

$$a_1 = -7,5822, b_1 = -0,0413, \\ Y_1 = -7,5822 + 0,0413 \cdot sp.$$

Для построения модели только по площади улучшений используем только те объекты, у которых есть здания (их 39). Для этого множества построить удовлетворительную регрессионную модель удастся только для логарифмов (табл. 6).

Таблица 3.

**Результаты, полученные с применением библиотечной функции  $lm()$  статистического пакета R для линейной регрессионной модели вида (1)**

Модель: $V = a + b \cdot sp + c \cdot sb$					
Распределение ошибок:	Минимум	1 квартиль	Медиана	3 квартиль	Максимум
	-26,59	-4,96	-1,15	3,91	71,34
Оценки коэффициентов:	Оценка	Стандартное отклонение	Значение $t$ -критерия	$p$ -value $t$ -критерия Стьюдента	
$a$	-7,191	5,677	-1,267	0,213	<0,05
$b$	0,015	0,014	1,075	0,289	<0,05
$c$	0,132	0,023	5,609	0	<0,05
$RSE$	14,67				
$R^2$	0,646	корр. $R^2$	0,626		
Значение $F$ -критерия Фишера	32,81	$p$ -value критерия Фишера	0		

Таблица 4.

**Результаты, полученные с применением библиотечной функции  $lm()$  статистического пакета R для модели в логарифмах вида (2)**

Модель: $\ln(V) = a + b \cdot \ln(sp) + c \cdot \ln(sb)$					
Распределение ошибок:	Минимум	1 квартиль	Медиана	3 квартиль	Максимум
	-0,969	-0,237	0,007	0,351	0,351
Оценки коэффициентов:	Оценка	Стандартное отклонение	Значение $t$ -критерия	$p$ -value $t$ -критерия Стьюдента	
$a$	-4,181	0,921	-4,538	0	<0,05
$b$	0,425	0,170	2,500	0,017	<0,05
$c$	0,874	0,132	6,641	0	<0,05
$RSE$	0,5				
$R^2$	0,7	корр. $R^2$	0,682		
Значение $F$ -критерия Фишера	41,83	$p$ -value критерия Фишера	0		

Получаем

$$a_2 = -2,3443, c_2 = 1,0262, Y_2 = e^{-2,3443 \cdot sb^{1,0262}}$$

Доля на землю равна  $\frac{Y + Y_1 - Y_2}{2}$ , доля на здание равна  $\frac{Y - Y_1 + Y_2}{2}$ .

Пусть  $sb = 300, sp = 600$ , тогда получаем:

$$Y = V = e^{-4,1812 \cdot 600^{0,4246} \cdot 300^{0,8739}} = 35,833 \text{ (млн руб.)},$$

$$Y_1 = -7,5822 + 0,0413 \cdot 600 = 17,198 \text{ (млн руб.)},$$

$$Y_2 = e^{-2,3443 \cdot 300^{1,0262}} = 33,412 \text{ (млн руб.)}.$$

Доля на землю равна

$$\frac{Y + Y_1 - Y_2}{2 \cdot Y} = \frac{35,833 + 17,198 - 33,412}{2 \cdot 35,833} \approx 27\%,$$

доля на здание равна

$$\frac{Y - Y_1 + Y_2}{2 \cdot Y} \approx 73\%$$

или в рублях  $35,833 \cdot 27\% \approx 9,675$  (млн руб.) на ЗУ и  $35,833 \cdot 73\% \approx 26,158$  (млн руб.) на улучшения.

Таким образом, общая оценочная стоимость ЕОН с ЗУ 6 соток (600 кв. м) и домом на нем, площадью 300 кв. м составляет 35,833 млн руб., из которых 9,675 млн руб. следует отнести на стоимость ЗУ, а 26,158 млн руб. на стоимость дома. Аналогичным образом могут быть рассчитаны доли, которые следует отнести на ЗУ и улучшения при любых значениях  $sb, sp$ . В таблице 2 представлены рассчитанные доли стоимости ЗУ в составе ЕОН

Таблица 5.

**Результаты, полученные с применением  
библиотечной функции  $lm()$  статистического пакета R  
для одномерной линейной регрессионной модели вида (4)**

Модель: $V = a_1 + b_1 \cdot sp$					
Распределение ошибок:	Минимум	1 квартиль	Медиана	3 квартиль	Максимум
	-13,642	-2,393	1,343	4,49	5,39
Оценки коэффициентов:	Оценка	Стандартное отклонение	Значение $t$ -критерия	$p$ -value $t$ -критерия Стьюдента	<0,05
$a_1$	-7,582	3,243	-2,338	0,047	
$b_1$	0,041	0,003	11,867	0	
$RSE$	6,117				
$R^2$	0,947	корр. $R^2$	0,941		
Значение $F$ -критерия Фишера	143,2	$p$ -value критерия Фишера	0		

Таблица 6.

**Результаты, полученные с применением  
библиотечной функции  $lm()$  статистического пакета R  
для одномерной модели в логарифмах вида (4)**

Модель: $\ln(V) = a_2 + c_2 \cdot \ln(sb)$					
Распределение ошибок:	Минимум	1 квартиль	Медиана	3 квартиль	Максимум
	-0,957	-0,398	0,029	0,362	1,104
Оценки коэффициентов:	Оценка	Стандартное отклонение	Значение $t$ -критерия	$p$ -value $t$ -критерия Стьюдента	<0,05
$a_2$	-2,344	0,594	-3,945	0	
$c_2$	1,026	0,125	8,233	0	<0,05
$RSE$	0,532				
$R^2$	0,647	корр. $R^2$	0,637		
Значение $F$ -критерия Фишера	67,78	$p$ -value критерия Фишера	0		

при различных  $sb$ ,  $sp$ . Доли улучшений составляют разницу между 100% и значениями в таблице 7.

В таблице 7 незаполненные поля соответствуют двум случаям:

- ♦ стоимость улучшений доминирует над стоимостью ЗУ настолько, что ЗУ в составе ЕОН имеет расчетную отрицательную стоимость (левый нижний угол таблицы);
- ♦ стоимость ЗУ доминирует над стоимостью улучшений настолько, что улучшения уменьшают стоимость ЗУ в составе ЕОН, по сравнению со стоимостью свободного ЗУ (правый верхний угол таблицы).

### 5. Дополнительное обоснование модели и область изменения факторов

Модель совместного влияния факторов на стоимость ЕОН вида  $V = e^a \cdot sp^b \cdot sb^c$  построена как модель множественной линейной регрессии в логарифмах. Для ее построения было достаточно прологарифмировать факторы и целевую переменную и подобрать уравнение регрессии. В целом модель обладает удовлетворительными статистическими показателями (табл. 4), но имеет стандартное отклонение  $RSE = 0,4979$ , указывающее на заметное рассеяние наблюдений. Проверка логарифмов наблюдений ( $V_i$ ,  $SP_i$ ,  $SB_i$ ),  $i = 1, n$  на совместную нор-

Таблица 7.

## Доли стоимости ЗУ в составе ЕОН

		Площадь земельного участка, кв. м							
		200	400	600	800	1000	1200	1400	1600
Площадь улучшений, кв. м	20	<b>15%</b>							
	60		68%						
	100		<b>41%</b>	75%					
	140		<b>28%</b>	<b>56%</b>	76%	93%			
	180		<b>20%</b>	<b>44%</b>	<b>62%</b>	76%	88%	99%	
	220		<b>15%</b>	<b>36%</b>	<b>52%</b>	<b>65%</b>	76%	85%	94%
	260		<b>10%</b>	<b>30%</b>	<b>45%</b>	<b>57%</b>	<b>66%</b>	75%	83%
	300		7%	<b>26%</b>	<b>40%</b>	<b>50%</b>	<b>59%</b>	<b>67%</b>	<b>74%</b>
	340		4%	<b>22%</b>	<b>35%</b>	<b>45%</b>	<b>54%</b>	<b>61%</b>	<b>68%</b>
	380		2%	<b>19%</b>	<b>32%</b>	<b>41%</b>	<b>49%</b>	<b>56%</b>	<b>63%</b>
	420			<b>17%</b>	<b>29%</b>	<b>38%</b>	<b>46%</b>	<b>52%</b>	<b>58%</b>
	460			<b>15%</b>	<b>26%</b>	<b>35%</b>	<b>43%</b>	<b>49%</b>	<b>54%</b>
	500			<b>13%</b>	<b>24%</b>	<b>33%</b>	<b>40%</b>	<b>46%</b>	<b>51%</b>
	540			<b>11%</b>	<b>22%</b>	<b>30%</b>	<b>37%</b>	<b>43%</b>	<b>48%</b>
	580			<b>10%</b>	<b>20%</b>	<b>29%</b>	<b>35%</b>	<b>41%</b>	<b>46%</b>
	620			8%	<b>19%</b>	<b>27%</b>	<b>33%</b>	<b>39%</b>	<b>44%</b>
	660			7%	<b>17%</b>	<b>25%</b>	<b>32%</b>	<b>37%</b>	<b>42%</b>
	700			6%	<b>16%</b>	<b>24%</b>	<b>30%</b>	<b>35%</b>	<b>40%</b>
740			5%	<b>15%</b>	<b>23%</b>	<b>29%</b>	<b>34%</b>	<b>39%</b>	
780			4%	<b>14%</b>	<b>21%</b>	<b>27%</b>	<b>33%</b>	<b>37%</b>	

мальность может служить дополнительным аргументом в пользу этой модели (о совместной нормальности см., например, [20]). В таблице 8 показан результат теста Мардиа (библиотека *MVN* статистического пакета R).

Библиотека *MVN* статистического пакета R (подробное описание см. [21, 22]), кроме теста Мардиа, содержит и другие тесты совместной нормальности, такие как тесты Ройстона, Хенце–Цирклера, Дорник–Хансена и другие, которые для этих данных также дают положительные результаты. Таким образом, мы имеем приемлемые обоснования для выбора модели, пусть и с заметным стандартным отклонением (разбросом) данных. Аналогичные

подтверждения можно получить и для парных наблюдений  $(SP_i, SB_i)$ ,  $i = 1, n$ .

Регрессионные модели широко распространены в оценочной литературе (см., например, [23–25]). Автор статьи [26] указывает на причины, по которым не рекомендуется распространять действие регрессионных моделей за пределы области наблюдений. На рисунке 2 показаны наблюдавшиеся 39 значений пар: площадь ЗУ – площадь улучшений.

Кривая линия на рисунке 2 – линия 90% уровня модельного логарифмически нормального распределения площадей ЗУ и площадей улучшений. Прямая линия – биссектриса первого координатного угла. Выше биссектрисы располагаются слу-

Таблица 8.

**Результат теста Мардиа на совместную нормальность  
логарифмов исходных данных**

Тест Мардиа на совместную нормальность										
Тест:	Статистика теста	<i>p</i> -value теста	Результат (ДА – «+», НЕТ – «-»)							
Тест Мардиа асимметрия	16,31	0,091	ДА							
Тест Мардиа эксцесс	-0,458	0,647	ДА							
Тест Мардиа совместная нормальность			ДА							
Тесты маргинальных распределений (компонент) на нормальность	Компонента	Статистика теста	<i>p</i> -value теста	Результат						
Тест Колмогорова-Смирнова с поправкой Лиллиефорса	Компонента 1	0,121	0,161	ДА						
Тест Колмогорова-Смирнова с поправкой Лиллиефорса	Компонента 2	0,131	0,087	ДА						
Тест Колмогорова-Смирнова с поправкой Лиллиефорса	Компонента 3	0,11	0,27	ДА						
Описание выборки										
Номер компоненты	Объем выборки	Среднее	Стандартное отклонение	Медиана	Минимум	Максимум	1 квартиль	3 квартиль	Коэффициент асимметрии	Коэффициент эксцесса
1	39	2,497	0,884	2,351	0,912	4,828	1,909	2,904	0,621	0,139
2	39	6,018	0,537	6,109	4,605	5,726	5,727	6,397	-0,752	0,129
3	39	4,718	0,692	4,575	3,584	4,288	4,288	5,043	0,569	-0,259

чай, когда площадь улучшений больше площади ЗУ. Как правило, предполагается, что для ИЖС площадь улучшений не превышает площади ЗУ, однако такие случаи возможны и, как видно из *рисунка 2*, построенная модель это допускает. Однако, в нашем двумерном случае, применение модели лучше ограничить областью, находящейся внутри замкнутой кривой на *рисунке 2*. Сравнение *таблицы 7* и *рисунка 2* показывает, что доли стоимости ЗУ рассчитаны для этой области. В то же время в *таблице 7* остаются незаполненные поля, которые имеют интерпретацию (см. выше) с точки зрения определения долей ЗУ и улучшений в рыночной стоимости ЕОН. При кадастровой оценке для любой комбинации площадей ЗУ (*sp*) и улучшений (*sb*) должна быть указана кадастровая стоимость как положительная величина, и при этом, в целом кадастровая стоимость должна быть оценена как

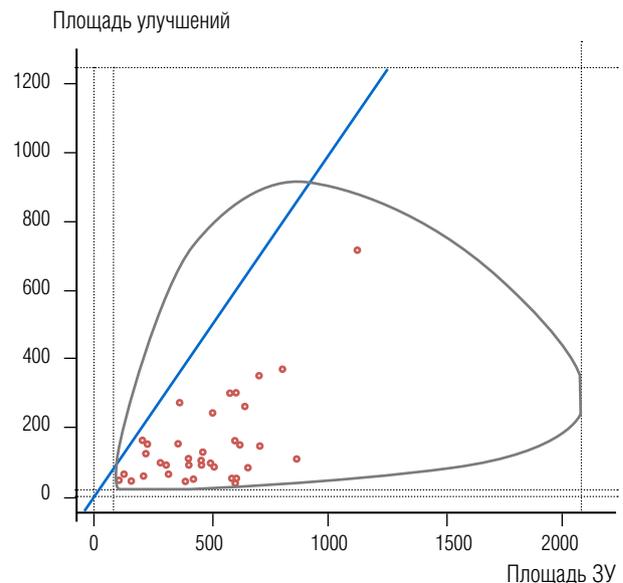


Рис. 2. Диаграмма рассеяния наблюдавшихся пар  $(SP_i, SB_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

рыночная или близко к ней. Именно такое понимание кадастровой стоимости сводит к минимуму возможные претензии к кадастровой оценке. Что делать? В этом случае надо задать  $Y_1$  и  $Y_2$  так, чтобы он не превосходили  $Y$  при любой комбинации площадей ЗУ ( $sp$ ) и улучшений ( $sb$ ). Например,

$$Y = V = e^a \cdot sp^b \cdot sb^c = e^{-4,1812} \cdot sp^{0,4246} \cdot sb^{0,8739},$$

$$Y_1 = \begin{cases} -7,5822 + 0,0413 \cdot sp, & \text{если } -7,5822 + 0,041 \cdot sp < Y \\ Y, & \text{если } -7,5822 + 0,0413 \cdot sp \geq Y, \end{cases}$$

$$Y_2 = \begin{cases} e^{-2,3443} \cdot sb^{1,0262}, & \text{если } e^{-2,3443} \cdot sb^{1,0262} < Y \\ Y, & \text{если } e^{-2,3443} \cdot sb^{1,0262} \geq Y. \end{cases}$$

Такие условия легко реализуются в скрипте статистического пакета R и для них могут быть рассчитаны доли ЗУ и улучшений в составе ЕОН и их денежные выражения. Таблица долей для кадастровой стоимости ЗУ в составе ЕОН приведена в *таблице 9*.

Доли ЗУ (аналогично, доли улучшений, как дополнение до 100%) в *таблице 9* удовлетворяют задачам кадастровой оценки – стоимости всех ЗУ и зданий, находящихся на них будут положительными, в сумме совпадающие с расчетной модельной стоимостью ЕОН. Доли ЗУ в *таблице 9* приблизительно соответствуют долям ЗУ в *таблице 7* в основной, самой важной части таблиц, соответствующей области наблюдений на *рисунке 2* (выделено жирным

Таблица 9.

Доля стоимости ЗУ в составе ЕОН для кадастровых целей

		Площадь земельного участка, кв. м							
		200	400	600	800	1000	1200	1400	1600
Площадь улучшений, кв. м	20	<b>17%</b>	61%	67%	71%	74%	76%	77%	78%
	60	7%	54%	61%	66%	69%	71%	73%	74%
	100	4%	<b>41%</b>	58%	63%	66%	69%	71%	72%
	140	3%	<b>31%</b>	<b>56%</b>	61%	65%	67%	69%	71%
	180	3%	<b>25%</b>	<b>44%</b>	<b>59%</b>	63%	66%	68%	70%
	220	2%	<b>21%</b>	<b>36%</b>	<b>52%</b>	<b>62%</b>	65%	67%	69%
	260	2%	<b>18%</b>	<b>30%</b>	<b>45%</b>	<b>57%</b>	<b>64%</b>	66%	68%
	300	2%	16%	<b>26%</b>	<b>40%</b>	<b>50%</b>	<b>59%</b>	<b>65%</b>	<b>67%</b>
	340	1%	14%	<b>23%</b>	<b>35%</b>	<b>45%</b>	<b>54%</b>	<b>61%</b>	<b>67%</b>
	380	1%	13%	<b>21%</b>	<b>32%</b>	<b>41%</b>	<b>49%</b>	<b>56%</b>	<b>63%</b>
	420	1%	12%	<b>19%</b>	<b>29%</b>	<b>38%</b>	<b>46%</b>	<b>52%</b>	<b>58%</b>
	460	1%	11%	<b>18%</b>	<b>26%</b>	<b>35%</b>	<b>43%</b>	<b>49%</b>	<b>54%</b>
	500	1%	10%	<b>16%</b>	<b>24%</b>	<b>33%</b>	<b>40%</b>	<b>46%</b>	<b>51%</b>
	540	1%	9%	<b>15%</b>	<b>22%</b>	<b>30%</b>	<b>37%</b>	<b>43%</b>	<b>48%</b>
	580	1%	9%	<b>14%</b>	<b>20%</b>	<b>29%</b>	<b>35%</b>	<b>41%</b>	<b>46%</b>
	620	1%	8%	14%	<b>19%</b>	<b>27%</b>	<b>33%</b>	<b>39%</b>	<b>44%</b>
	660	1%	8%	13%	<b>17%</b>	<b>25%</b>	<b>32%</b>	<b>37%</b>	<b>42%</b>
	700	1%	7%	12%	<b>16%</b>	<b>24%</b>	<b>30%</b>	<b>35%</b>	<b>40%</b>
740	1%	7%	12%	<b>15%</b>	<b>23%</b>	<b>29%</b>	<b>34%</b>	<b>39%</b>	
780	1%	7%	11%	<b>14%</b>	<b>21%</b>	<b>27%</b>	<b>33%</b>	<b>37%</b>	

шрифтом), т.е. оценка доли рыночной стоимости в этих полях примерно соответствует кадастровой. Расхождения проявляются по мере сдвига в левый нижний угол и в правый верхний угол. Это области, где кадастровый оценщик обязан назначить положительную кадастровую стоимость, в любом случае, даже если назначенная кадастровая стоимость отличается от оценки доли рыночной стоимости. Слева внизу уменьшается доля стоимости ЗУ в составе ЕОН, справа сверху уменьшается доля стоимости улучшений в составе ЕОН.

### Заключение

Земельные участки в составе ЕОН и свободные (или условно свободные) земельные участки относятся к разным типам недвижимого имущества. ЗУ в составе ЕОН не обращаются на рынке без улучшений, расположенных на них, их рыночная стоимость может быть получена только в результате разверстки стоимости ЕОН. Свободные земельные участки обращаются на рынке недвижимого имущества, для них могут быть подобраны объекты сравнения и оценена рыночная стоимость как сравнительным, так и доходным подходом.

Вектор Шепли позволяет определить справедливое распределение долей стоимости ЗУ и улучшений в составе ЕОН.

При оценке рыночной стоимости долей ЗУ и улучшений в составе ЕОН могут быть получены отрицательные стоимости ЗУ и улучшений. В первом случае стоимость улучшений больше стоимости ЕОН (ЗУ в составе ЕОН имеет отрицательную стоимость), во втором случае стоимость ЗУ больше стоимости ЕОН (здания ухудшают земельный участок в составе ЕОН по сравнению со свободным ЗУ).

При определении кадастровой стоимости, ЗУ и улучшения на нем в составе ЕОН должны иметь положительную стоимость. Предложенная методика, основанная на векторе Шепли и соответствующем подборе характеристической функции, позволяет провести разделение стоимости ЕОН на стоимости ЗУ и улучшений, в основном соответствующее рыночной стоимости. Расхождения с рыночной стоимостью проявляются только в редких случаях, отстоящих от области наблюдений и только за счет специальных требований, предъявляемых к кадастровой стоимости (база для налогообложения и учета). Именно эти случаи являются иллюстрацией различий между кадастровой и рыночной стоимостями.

Предложенный метод позволяет получить данные из кадастровых баз, внешних источников, выполнить расчеты в специализированной среде и выгрузить результаты расчетов в форматах, легко встраиваемых в кадастровые базы данных. ■

### Литература

1. Кузнецов Д.Д., Мягков В.Н. Земля – отдельно, здание – отдельно. Как решить задачу разверстки рыночной стоимости залогового объекта // Банковское кредитование. 2023. № 6(112). С. 60–76.
2. Bure V.M., Staroverova K.Yu. Applying cooperative games with coalition structure for data clustering // Automation and Remote Control. 2019. Vol. 80. No. 8. P. 1541–1551.
3. The Shapley value in machine learning / B. Rozemberczki [et al.] // arXiv:2202.05594v2. 2022. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2202.05594>
4. Roth J., Bajorath J. Machine learning models with distinct Shapley value explanations decouple feature attribution and interpretation for chemical compound predictions // Cell Reports Physical Science. 2024. Vol. 5. No. 8. P. 102–110. <https://doi.org/10.1016/j.xcrp.2024.102110>
5. Shapley value: from cooperative game to explainable artificial intelligence / M. Li [et al.] // Autonomous Intelligent Systems. 2024. Vol. 4. Article 2. <https://doi.org/10.1007/s43684-023-00060-8>
6. Integrating Shapley values into machine learning techniques for enhanced predictions of hospital admissions / G. Feretzakis [et al.] // Applied Sciences. 2024. Vol. 14(13). Article 5925. <https://doi.org/10.3390/app14135925>
7. Kjersti A., Jullum M., Loland A. Explaining individual predictions when features are depended: More accurate approximations to Shapley values // arXiv:1903.10464v3. 2020. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1903.10464>
8. Михеенко А.М., Савич Д.С. Применение вектора Шепли в регрессионном анализе // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер.: Физико-математические и технические науки. 2020. № 2. С. 84–94.
9. Lundberg S.M., Allen P.G. A unified approach to interpreting model predictions // ArXiv:1705.07874v2. 2017. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1705.07874>

10. Özdilek Ü. Land and building separation based on Shapley values // Palgrave Communications. 2020. Vol. 6. Article 68. <https://doi.org/10.1057/s41599-020-0444-1>
11. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. М.: Высшая школа, Книжный дом «Университет», 1998.
12. Мазалов В.В. Математическая теория игр и приложения. Санкт-Петербург–Москва–Краснодар: Лань, 2010.
13. Rusakov O., Laskin M., Jaksumbaeva O. Pricing in the real estate market as a stochastic limit. Log Normal approximation // International Journal of the Mathematical models and methods in applied sciences. 2016. Vol. 10. P. 229–236.
14. Aitchinson J., Brown J.A.C. The Lognormal distribution with special references to its uses in economics. Cambridge: University Press, 1963.
15. Ohnishi T., Mizuno T., Shimizu C., Watanabe T. On the evolution of the house price distribution // Understanding Inflation Dynamics of the Japanese Economy. Working Paper Series. 2011. No. 56.
16. Ласкин М.Б. Корректировка рыночной стоимости по ценообразующему фактору «площадь объекта» // Имущественные отношения в Российской Федерации. 2017. № 8(191). С. 86–99.
17. Методические указания о государственной кадастровой оценке. Приказ Росреестра от 04.08.2021 N П/0336. Зарегистрировано в Минюсте России 17.12.2021 № 66421. [Электронный ресурс]: [https://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_403900/](https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_403900/) (дата обращения 30.01.2025).
18. Кабаков Р. R в действии. Анализ и визуализация данных на языке R. М.: ДМК-Пресс, 2014.
19. Зарядов И.С. Введение в статистический пакет R: типы переменных, структуры данных, чтение и запись информации, графика. М.: Издательство РУДН, 2010.
20. Feller W. An introduction to probability theory and its applications, vol. 2. John Wiley & Sons; 2nd edition, 1971.
21. Korkmaz S., Goksuluk D., Zararsiz G. MVN: An R package for assessing multivariate normality // The R Journal. Vol. 6(2). P. 151–162. <https://doi.org/10.32614/RJ-2014-031>
22. Korkmaz S., Goksuluk D., Zararsiz G. MVN: An R package for assessing multivariate normality. Trakya University, Faculty of Medicine, Department of Biostatistics, Edirne, TURKEY, MVN version 5.8 (Last revision 2019-09-27). [Электронный ресурс]: <https://cran.r-project.org/web/packages/MVN/vignettes/MVN.pdf> (дата обращения 30.01.2025).
23. Современные тенденции рынка и оценка рыночной стоимости: коллективная монография. Ред. Н.Ю. Пузыня. СПб.: Изд-во СПбГЭУ, 2020.
24. Баринов Н.П. Применение методов регрессионного анализа в задачах индивидуальной и массовой оценки объектов недвижимости // Вопросы оценки. 2022. № 1(106). С. 34–46.
25. Анисимова И.Н., Баринов Н.П., Грибовский С.В. Учет разнотипных ценообразующих факторов в многомерных моделях оценки недвижимости // Вопросы оценки. 2004. № 2. С. 2–15.
26. Баринов Н.П. Расчет интервала неопределенности оценки стоимости методами сравнительного подхода // Вопросы оценки. 2019. № 4(98). С. 2–10.

## Об авторе

### Ласкин Михаил Борисович

доктор экономических наук, кандидат физико-математических наук, доцент;

главный научный сотрудник, Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук (СПб ФИЦ РАН), Россия, 199178, Санкт-Петербург, 14-я линия Васильевского острова, д. 39;

профессор, кафедра информационных систем в экономике, СПбГУ, Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская набережная, д. 7–9;

E-mail: [laskinmb@yahoo.com](mailto:laskinmb@yahoo.com)

ORCID: 0000-0002-0143-4164

# The method for the land plot value appraisal as part of the single real estate object, based on game theory approach

**Michael B. Laskin**

E-mail: laskin.m@iias.spb.su

St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia

## Abstract

In mass real estate valuation, in cadastral valuation, there is a problem of splitting the value of a single real estate object into the value of land plot and buildings (improvements) located on it. One of the key information sources for real estate valuation is market data. Such data may contain information on offer prices, as well as actual transaction prices (for example, in mortgage transactions) for the whole object. At the same time, in the accounting policy of enterprises different rates of land and property tax often require separate accounting of the value of land plots and the buildings located on them. The problem of such splitting of a single object's value is the subject of permanent discussions in the valuation community. There are no established methods. This article proposes a method of splitting the value of a single property object based on the approach borrowed from co-operative game theory. A simple game formulation of the problem and its fair solution based on the Shepley value are considered. Simple and well-interpretable computational formulas are obtained, which allow us to split the market value of single objects on large data sets in minimum time. The proposed method is new in the theory and practice of valuation.

**Keywords:** single real estate object, Shepley value, multiple linear regression, log-normal price distribution, property value splitting

**Citation:** Laskin M.B. (2025) The method for the land plot value appraisal as part of the single real estate object, based on game theory approach. *Business Informatics*, vol. 19, no. 1, pp. 93–107. DOI: 10.17323/2587-814X.2025.1.93.107

## References

1. Kuznetsov D.D., Myagkov V.N. (2023) Land – separately, building – separately. How to solve the problem of unfolding the market value of the pledged object. *Bank Lending*, no. 6(112), pp. 60–76 (in Russian).
2. Bure V.M., Staroverova K.Yu. (2019) Applying cooperative games with coalition structure for data clustering. *Automation and Remote Control*, vol. 80, no. 8, pp. 1541–1551.
3. Rozemberczki B., Watson L., Bayer P., et al. (2022) The Shapley value in machine learning. *arXiv:2202.05594v2*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2202.05594>
4. Roth J., Bajorath J. (2024) Machine learning models with distinct Shapley value explanations decouple feature attribution and interpretation for chemical compound predictions. *Cell Reports Physical Science*, vol. 5, no. 8, pp. 102–110. <https://doi.org/10.1016/j.xcrp.2024.102110>

5. Li M., Sun H., Huang Y., Chen H. (2024) Shapley value: from cooperative game to explainable artificial intelligence. *Autonomous Intelligent Systems*, vol. 4, article 2. <https://doi.org/10.1007/s43684-023-00060-8>
6. Feretzakis G., Sakagianni A., Anastasiou A., et al. (2024) Integrating Shapley values into machine learning techniques for enhanced predictions of hospital admissions. *Applied Sciences*, vol. 14(13), article 5925. <https://doi.org/10.3390/app14135925>
7. Kjersti A., Jullum M., Loland A. (2020) Explaining individual predictions when features are depended: More accurate approximations to Shapley values. *arXiv:1903.10464v3*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1903.10464>
8. Mikheenko A.M., Savich D.S. (2020) Application of Shepley value in regression analysis. *Vestnik of I. Kant Baltic Federal University. Ser.: Physic-mathematical and technical sciences*, no. 2, pp. 84–94 (in Russian).
9. Lundberg S.M., Allen P.G. (2017) A unified approach to interpreting model predictions. *ArXiv:1705.07874v2*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1705.07874>
10. Özdilek Ü. (2020) Land and building separation based on Shapley values. *Palgrave Communications*, vol. 6, article 68. <https://doi.org/10.1057/s41599-020-0444-1>
11. Petrosyan L.A., Zenkevich N.A., Semina E.A. (1998) *Game Theory*. Moscow: Higher School (in Russian).
12. Mazalov V.V. (2010) *Mathematical theory of games and applications*. St. Petersburg–Moscow–Krasnodar: Lan (in Russian).
13. Rusakov O., Laskin M., Jaksumbaeva O. (2016) Pricing in the real estate market as a stochastic limit. Log Normal approximation. *International Journal of the Mathematical models and methods in applied sciences*, vol. 10, pp. 229–236.
14. Aitchinson J., Brown J.A.C. (1963) *The Lognormal distribution with special references to its uses in economics*. Cambridge: University Press.
15. Ohnishi T., Mizuno T., Shimizu C., Watanabe T. (2011) On the evolution of the house price distribution. *Understanding Inflation Dynamics of the Japanese Economy*, Working Paper Series no. 56.
16. Laskin M.B. (2017) Adjustment of the market value by the pricing factor ‘area of the object’. *Property relations in the Russian Federation*, no. 8(191), pp. 86–99 (in Russian).
17. Rosreestr Order No. N/0336 dated 08/04/2021 (as amended on 09/11/2024) “On Approval of Methodological Guidelines on State Cadastral Valuation” (Registered with the Ministry of Justice of Russia on 12/17/2021 N 66421). Available at: [https://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_403900/](https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_403900/) (accessed 30 January 2025) (in Russian).
18. Kabakov P. (2014) *R in action. Data analysis and visualization in the R language*. Moscow: DMK-Press (in Russian).
19. Zaryadov I.S. (2010) *Introduction to statistical package R: types of variables, data structures, reading and writing information, graphics*. Moscow: PUDN Publishing House (in Russian).
20. Feller W. (1971) *An introduction to probability theory and its applications, vol. 2*. John Wiley & Sons; 2nd edition.
21. Korkmaz S., Goksuluk D., Zararsiz G. (2014) MVN: An R package for assessing multivariate normality. *The R Journal*, vol. 6(2), pp. 151–162. <https://doi.org/10.32614/RJ-2014-031>
22. Korkmaz S., Goksuluk D., Zararsiz G. (2019) *MVN: An R package for assessing multivariate normality*. Trakya University, Faculty of Medicine, Department of Biostatistics, Edirne, TURKEY, MVN version 5.8 (Last revision 2019-09-27). Available at: <https://cran.r-project.org/web/packages/MVN/vignettes/MVN.pdf> (accessed 30 January 2025).
23. Puzynya N.Y. (2020) *Modern market trends and market value assessment: collective monograph*. St. Petersburg: Izd-vo Sankt-Peterburgskogo universiteta (in Russian).
24. Barinov N.P. (2022) Application of regression analysis methods in the tasks of individual and mass valuation of real estate objects. *Valuation Issues*, no. 1(106), pp. 34–46 (in Russian).
25. Anisimova I.N., Barinov N.P., Gribovsky S.V. (2004) Accounting for different types of price-forming factors in multidimensional models of real estate valuation. *Valuation Issues*, no. 2, pp. 2–15 (in Russian).
26. Barinov N.P. (2019) Calculation of the uncertainty interval of value estimation by methods of the comparative approach. *Valuation Issues*, no. 4(98), pp. 2–10 (in Russian).

### About the author

#### Michael B. Laskin

Doctor of Sciences (Economics), Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor;

Chief Scientist, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, 39, 14th Line V.O., St. Petersburg 199178, Russia; Professor, Department of Information Systems in Economics, St. Petersburg State University, 7–9 Universitetskaya Embankment, St. Petersburg 199034, Russia;

E-mail: [laskinmb@yahoo.com](mailto:laskinmb@yahoo.com)

ORCID: 0000-0002-0143-4164