

DOI: 10.17323/2587-814X.2025.1.34.49

# Моделирование и оптимизация характеристик интеллектуальной транспортной системы «умного города» с использованием гибридных эволюционных алгоритмов

**Е.А. Зарипов** 

E-mail: e.a.zaripov@ya.ru

**А.С. Акопов** 

E-mail: akopovas@umail.ru

Центральный экономико-математический институт РАН, Москва, Россия

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Россия

## Аннотация

Современные города сталкиваются с растущей транспортной нагрузкой, что требует внедрения интеллектуальных систем управления дорожным движением. Одним из ключевых направлений является адаптивное светофорное регулирование, способное подстраиваться под изменяющиеся условия транспортного потока. Однако существующие методы оптимизации параметров светофорных циклов обладают рядом ограничений, таких как высокая вычислительная сложность, риск преждевременной сходимости алгоритмов и сложность учета динамики трафика. В данной работе предлагается подход к оптимизации характеристик интеллектуальной транспортной системы с использованием гибридных эволюционных алгоритмов. Разработанные методы комбинируют принципы генетических алгоритмов и алгоритма роя частиц, что позволяет достичь баланса между глобальным и локальным поиском оптимальных параметров. В исследовании рассматриваются шесть различных схем гибридизации, включая модифицированные версии базовых алгоритмов, а также их сочетание с методами кластеризации HDBSCAN для адаптивной настройки частоты оптимизации. Для проверки эффективности предложенных алгоритмов разработана имитационная

модель в среде AnyLogic, воспроизводящая условия реального городского трафика. Численные эксперименты, проведенные на локальном участке улично-дорожной сети г. Москвы, показали, что гибридный алгоритм SlipToBest демонстрирует наилучшие результаты по сокращению среднего времени проезда и снижению потерь топлива, а алгоритм Alternating (структурированное чередование ГА и PSO) обеспечивает высокую устойчивость решений. Результаты работы подтверждают целесообразность использования гибридных эволюционных методов в задачах управления транспортными потоками. Предложенные алгоритмы позволяют не только повысить эффективность светофорного регулирования, но и создать основу для дальнейшего развития адаптивных систем управления городским движением.

**Ключевые слова:** интеллектуальные транспортные системы, управление транспортной инфраструктурой, умный город, гибридные эволюционные алгоритмы, имитационное моделирование, управление дорожным движением, AnyLogic

**Цитирование:** Зарипов Е.А., Акопов А.С. Моделирование и оптимизация характеристик интеллектуальной транспортной системы «умного города» с использованием гибридных эволюционных алгоритмов // Бизнес-информатика. 2025. Т. 19. № 1. С. 34–49. DOI: 10.17323/2587-814X.2025.1.34.49

## Введение

**В** условиях растущей урбанизации адаптивное управление транспортными потоками становится необходимым инструментом для повышения эффективности дорожного движения. Одним из ключевых направлений в этом контексте является оптимизация светофорного регулирования, позволяющая динамически изменять фазы сигналов в зависимости от интенсивности трафика. Однако процесс выбора оптимальных параметров светофорных циклов представляет собой сложную оптимизационную задачу, связанную с высокой размерностью, нелинейностью и стохастическими изменениями транспортных потоков.

Традиционные аналитические методы и эвристические алгоритмы часто оказываются неэффективными при решении подобных задач из-за их неспособности адаптироваться к изменчивым условиям трафика и высокой вычислительной сложности. В связи с этим в последние годы все большее внимание уделяется эволюционным алгоритмам, таким как генетический алгоритм (ГА) и алгоритм роя частиц (particle swarm optimization, PSO). Эти методы позволяют находить приближенные оптимальные решения без необходимости расчета градиентов, что делает их особенно привлекательными для задач оптимизации в сложных системах.

Однако, несмотря на доказанную эффективность, оба подхода имеют свои ограничения. ГА обеспечивает хорошую диверсификацию решений, но часто сходится медленно. PSO, напротив, демонстрирует быструю сходимости, но склонен к преждевременному попаданию в локальные минимумы. Для преодоления этих недостатков активно разрабатываются гибридные методы, комбинирующие сильные стороны ГА и PSO. Гибридизация позволяет сбалансировать процессы глобального и локального поиска, что особенно важно для динамических систем, таких как управление светофорными циклами.

В данной работе предлагается усовершенствованный метод гибридной эволюционной оптимизации параметров светофорного регулирования. Рассматриваются различные схемы интеграции ГА и PSO, направленные на повышение точности и стабильности решений. Одним из ключевых элементов предложенного подхода является модификация роевого алгоритма — «SlipToBest», включающий направленный сдвиг частиц к лучшему найденному решению для ускорения процесса оптимизации. Также анализируется метод «Alternating», предполагающий чередование ГА и PSO с целью достижения баланса между глобальным и локальным поиском.

Дополнительно исследуется возможность применения алгоритма HDBSCAN для анализа плотности транспортных потоков и динамической корректировки частоты оптимизации. Это позволяет уменьшить вычислительные затраты и адаптировать алгоритмы к изменяющимся условиям дорожного движения.

Оценка эффективности разработанных методов проводится с использованием имитационной модели транспортных потоков, созданной в среде AnyLogic. Для экспериментов выбраны реальные данные по дорожной сети г. Москвы, что позволяет объективно оценить влияние предложенных алгоритмов на среднее время проезда и потери топлива.

Результаты работы показывают, что предложенные гибридные методы обеспечивают значительное улучшение по сравнению с классическими алгоритмами. SlipToBest демонстрирует лучшие показатели по скорости сходимости и снижению времени проезда, а Alternating обеспечивает стабильность решений даже при высокой изменчивости трафика. Включение метода кластеризации HDBSCAN позволяет дополнительно повысить адаптивность регулирования.

Таким образом, исследование подтверждает эффективность гибридных эволюционных алгоритмов для интеллектуального управления транспортными потоками и подчеркивает необходимость их дальнейшего совершенствования с целью повышения качества городской транспортной инфраструктуры.

### 1. Постановка оптимизационной задачи для интеллектуальной транспортной системы

Решение задач оптимизации параметров светофорного регулирования усложняется высокой размерностью, нелинейностью и стохастическим характером транспортных потоков, что подтверждается результатами исследований [1–5]. В таких условиях классические методы, включая градиентные алгоритмы и эвристики, зачастую требуют значительных упрощений моделей, что снижает точность найденных решений. В то же время эволюционные алгоритмы демонстрируют способность к глобальному поиску и адаптивности [4, 7, 9], что делает их предпочтительными для решения подобных задач. Наиболее широко применяемыми методами эволюционной оптимизации являются ГА, использующие механизмы селекции, скрещивания и мутации для поиска оптимального решения, а также алго-

ритм PSO, моделирующий коллективное поведение агентов в поисковом пространстве [3–6]. ГА эффективно исследуют пространство решений и обеспечивают высокую вариативность, но могут демонстрировать медленную сходимость. Напротив, PSO обладает высокой скоростью поиска, однако подвержен преждевременному попаданию в локальные минимумы [7, 10–12].

Для устранения этих недостатков в работе предлагается гибридизация ГА и PSO, позволяющая сочетать их сильные стороны. Рассматриваются несколько схем, включая **Alternating** (чередование этапов ГА и PSO), **SlipToBest** (дополнительный сдвиг к лучшему решению в PSO), **MixIntegrate** (интеграция генетических операторов в процесс роевого поиска) и **Mix** (простая комбинация без жесткой структуры). Как показано в ряде исследований, гибридные методы позволяют повысить эффективность поиска, улучшая как скорость сходимости, так и качество найденных решений [7, 10–12].

Оптимизация параметров управления светофорами в многоагентной транспортной системе формулируется как задача минимизации целевой функции, определяющей качество транспортного процесса.

Пусть  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  – вектор параметров, включающий длительности красных и зеленых фаз светофорных сигналов. Ограничения на параметры фаз задаются с учетом технических норм и регламентов, что определяет пространство поиска:  $x_i \in [L_i, U_i]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $L_i$ ,  $U_i$  – нижнее и верхнее допустимые значения длительностей регулирующих сигналов всех светофоров,  $n$  – общее количество регулирующих сигналов.

При этом целевой функцией выступает среднее время проезда транспортных средств через исследуемый участок в течение заданного временного интервала моделирования. Обозначим эту величину как  $f(x)$ . Ее вычисление осуществляется с помощью имитационной модели в среде AnyLogic, которая на каждом наборе параметров воспроизводит движение автомобилей и фиксирует показатели времени проезда и потерь топлива. Среднее время проезда выступает интегральной характеристикой качества транспортного потока, поскольку оно отражает влияние интенсивности движения, пропускной способности перекрестков и логики светофорного регулирования [3–5].

Помимо среднего времени проезда, в анализе также учитываются дополнительные показате-

ли, такие как потери топлива и другие экономические и экологические факторы. Однако основная цель оптимизации заключается именно в минимизации времени проезда, поскольку оно является ключевым критерием эффективности работы светофорного регулирования. Эта формализация позволяет объективно оценивать влияние различных алгоритмов на транспортные процессы и корректно сравнивать их эффективность, поэтому постановка задачи представляется в следующем виде:

$$\min_{x_i \in X} f(x_i). \quad (1)$$

при ограничениях:

$$x_i \in [L_i, U_i], i = 1, 2, \dots, n.$$

Данная постановка широко применяется в исследованиях транспортных систем [1, 2], так как минимизация среднего времени проезда напрямую связана с повышением пропускной способности сети, снижением заторов и оптимизацией расхода топлива. Использование данной целевой функции обосновано фундаментальными работами по эволюционной адаптации [4] и исследованиями в области транспортной оптимизации [7, 9]. Доказано, что эволюционные алгоритмы, включая ГА и PSO, способны эффективно находить минимум такой функции, избегая необходимости в аналитических градиентах и позволяя моделировать сложные динамические процессы [3–6, 9]. Таким образом, минимизация функции служит основным критерием выбора оптимального набора параметров управления светофорами, обеспечивающего сокращение времени поездок и снижение транспортных затрат.

Задача (1), в частности, может быть решена с использованием **алгоритма PSO**, благодаря способности к эффективному поиску решений без необходимости в градиентной информации [3, 13]. Данный подход имитирует коллективное поведение частиц, которые обмениваются информацией о найденных улучшениях и стремятся к глобальному оптимуму.

Каждая частица в PSO обладает текущей позицией, скоростью изменения параметров, личной лучшей позицией и глобальной лучшей позицией. На каждой итерации частицы корректируют свою скорость и положение на основе полученной информации, используя процедуры обновления [5, 6, 13, 14]. Один из алгоритмов, применяемых в данном исследовании (**Swarm**), также реализован на основе данной классической схемы PSO. Данный алгоритм используется в качестве базового вариан-

та для сравнения эффективности гибридных модификаций. Выбор параметров PSO оказывает значительное влияние на эффективность алгоритма. Ши и Эберхарт [6] предложили стратегию динамического изменения веса инерции (переменная  $w$ ) для балансировки между исследованием пространства решений и уточнением уже найденных решений. Клерк и Кеннеди [5] разработали концепцию ограничивающих коэффициентов, обеспечивающих стабильность сходимости. Современные исследования продолжают изучать оптимальные настройки параметров для различных классов задач, включая транспортную оптимизацию [1, 2, 9, 14, 15]. PSO является эффективным методом глобального поиска, демонстрирующим успешное применение в задачах транспортной оптимизации.

Также, задача (1) может быть решена с использованием **генетического оптимизационного алгоритма**, который представляет собой эволюционный метод оптимизации, основанный на механизмах отбора, скрещивания и мутации, имитирующих естественный процесс эволюции. Первоначально предложенный Холландом [4], ГА продемонстрировал эффективность в задачах оптимизации сложных многомерных пространств [7, 16–18]. В данной работе ГА используется для оптимизации параметров светофорного регулирования, где каждый индивид представляет собой вектор параметров  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , определяющих длительности фаз светофоров.

Начальная популяция генерируется случайным образом или с использованием эвристик, после чего итеративно выполняются процессы отбора, скрещивания и мутации для улучшения решений. Операция кроссинговера заключается в комбинировании параметров двух родительских индивидов для формирования потомка. Мутация представляет собой случайное изменение параметров индивидов, предотвращающее преждевременную сходимость алгоритма. Она играет важную роль в исследовании новых областей поискового пространства и улучшении качества решений. Генетический алгоритм обеспечивает глобальный поиск, позволяя эффективно исследовать сложные поисковые пространства. В данной работе рассматривается его классическая реализация (**Parallel**), в которой используются базовые механизмы кроссинговера и мутации. Этот алгоритм служит основой для дальнейших гибридных модификаций, комбинирующих ГА с PSO.

Третий, наиболее перспективный способ решения задачи (1) основан на **процедуре гибридизации PSO и ГА**. Подобная гибридизация позволяет объединить их сильные стороны: способность ГА к глобальному поиску и преодолению локальных минимумов, а также свойство PSO быстро уточнять найденные решения и двигаться к лучшим точкам пространства. Такое сочетание методов улучшает скорость сходимости и качество решений, особенно в сложных динамических системах, таких как транспортная инфраструктура [1, 2, 9, 10].

В данном исследовании рассматриваются четыре реализованных гибридных схемы, различающиеся по принципу смешения операторов и стратегии оптимизации.

- ♦ **Alternating (чередование ГА и PSO)** – предполагает поочередное применение ГА и PSO на разных итерациях алгоритма. Пусть задано число итераций ITERATIONS. На четных шагах используется ГА, а на нечетных – PSO (или наоборот, в зависимости от начальных условий):

$$\begin{aligned} \text{itermod}2 = 0 &\Rightarrow \text{применяем ГА,} \\ \text{itermod}2 = 1 &\Rightarrow \text{применяем PSO.} \end{aligned} \quad (2)$$

Подобные стратегии комбинирования упоминались в обзорах по гибридным методам [9, 19–21]. Чередование позволяет сохранить баланс между глобальным и локальным поиском: ГА периодически обновляет решения, увеличивая вариативность, а PSO оперативно улучшает кандидатов.

- ♦ **SlipToBest (PSO + alpha)** – предлагаемая модификация PSO, в которой после обновления позиций каждая частица дополнительно смещается к глобально лучшему решению на параметр  $\alpha$  т.е. значение  $j$ -й искомой переменной  $i$ -й частицы может быть вычислено:

$$x_{i,j}(t+1) = x_{i,j}(t) + \alpha(g_j^{best}(t) - x_{i,j}(t)), \quad (3)$$

задающей сдвиг к лучшему решению. Данный метод позволяет ускорить сходимость, но может снизить диверсификацию решений при слишком высоких значениях параметра  $\alpha$  [6, 11]. Здесь

$x_{i,j}$  – значение  $j$ -й искомой переменной  $i$ -ой частицы на шаге  $t$ ;

$g_j^{best}(t)$  – лучшее (глобальное) значение  $j$ -ой искомой переменной найденное всеми частицами роя к моменту  $t$ .

- ♦ **MixIntegrate (генетические операторы внутри PSO)** – предполагает внедрение генетических операторов (кроссинговера и мутации) непосредственно на этапе обновления роя. После выполнения стандартного шага PSO к выбранным парам частиц применяются генетические операторы:

$$x_{j,new} = \text{crossover}(x_{i,j}, \bar{x}_{\bar{i}j}), x'_{j,new} = \text{mutate}(x_{i,new}), \quad (4)$$

где

$\{x_{j,new}, x'_{j,new}\}$  – новые значения  $j$ -й искомой переменной, полученные в результате выполнения генетических операторов кроссовера и мутации;  
 $\{x_{i,j}, \bar{x}_{\bar{i}j}\}$  – значения  $j$ -й искомой переменной  $i$ -й и  $\bar{i}$ -й частицами роя.

- ♦ **Применение генетических операторов в PSO.**

Такой подход позволяет сохранять разнообразие решений и предотвращать преждевременную сходимость роя. Подобные стратегии обсуждались в исследованиях по гибридной оптимизации [7, 9].

- ♦ **Mix (простая комбинация PSO и ГА)** – представляет собой менее структурированный вариант гибридизации, в котором PSO и ГА применяются без фиксированных правил или систематического использования операторов: применить PSO, затем ГА или наоборот, без фиксированного правила.

- ♦ **Простая схема Mix.** Такой подход упоминался в литературе как пример неструктурированной гибридизации, которая не всегда превосходит PSO или ГА в чистом виде [10, 12, 20].

Для оценки плотности дорожного потока в работе применяется **гибридный алгоритм кластеризации HDBSCAN** (Hierarchical Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise) [21], представляющий собой иерархическое расширение метода DBSCAN. Этот алгоритм позволяет выявлять группы точек (кластеры) на основе их плотности и автоматически определять оптимальное количество кластеров, что делает его более гибким по сравнению с классическими методами, такими как  $k$ -means.

Преимущество HDBSCAN заключается в том, что он способен учитывать изменчивую структуру транспортных потоков, автоматически выделяя зоны высокой и низкой плотности движения. Это особенно

важно для анализа дорожного трафика, где интенсивность движения может существенно колебаться в зависимости от времени суток, дорожной инфраструктуры и непредвиденных факторов (ДТП, ремонтные работы и т.д.). Алгоритм также идентифицирует шумовые точки, которые могут соответствовать аномальным транспортным ситуациям, таким как заторы или резкие изменения трафика.

Для интеграции HDBSCAN с имитационной моделью AnyLogic разработана блок-схема работы алгоритма, представленная на *рисунке 1*. На каждом шаге моделирования (в момент времени  $t$ ) выполняются следующие этапы:

1. Сбор и обработка данных о плотности транспортного потока, поступающих от «умного» светофора.

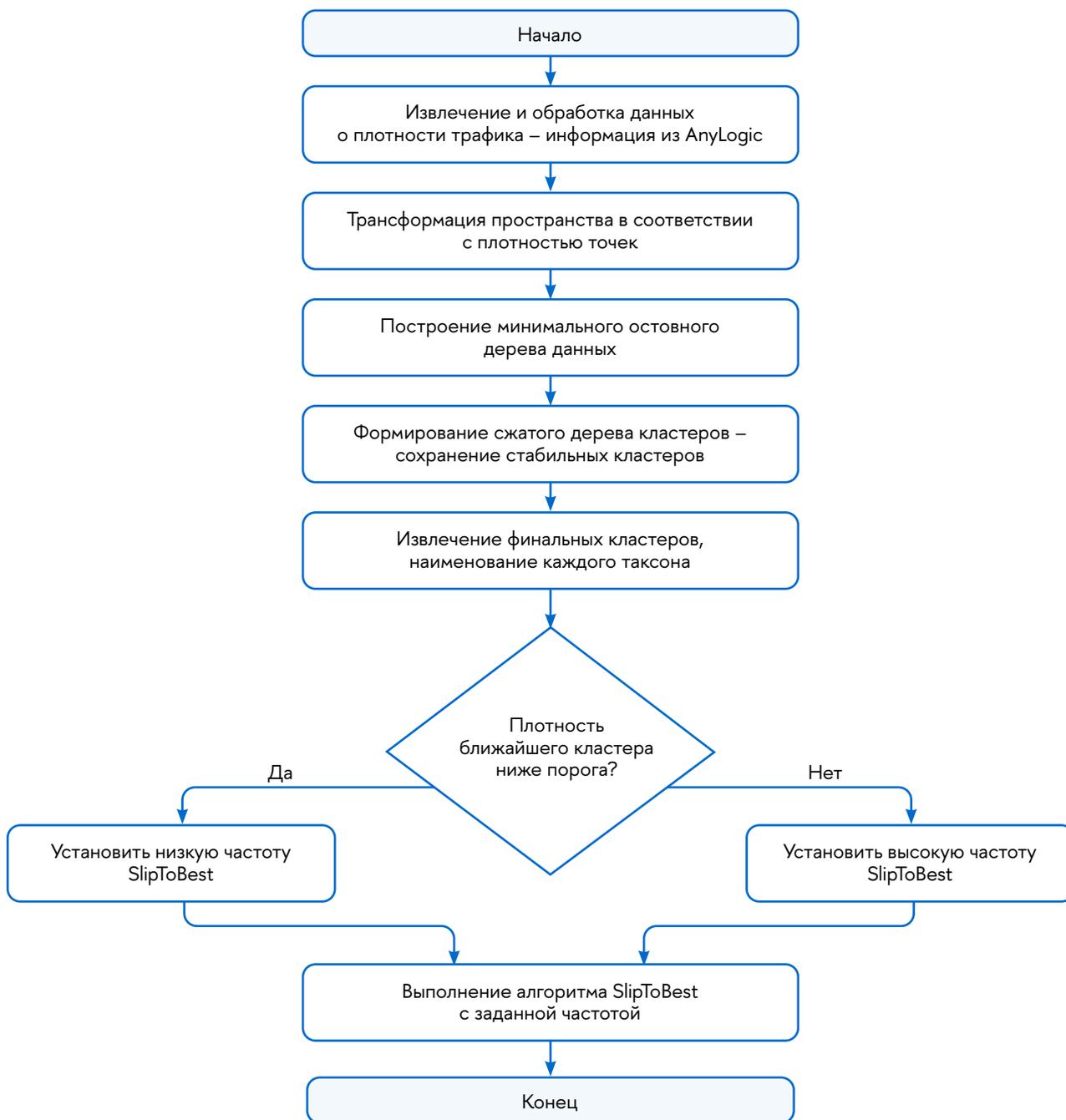


Рис. 1. Укрупненная блок-схема алгоритма HDBSCAN, агрегированного по данным с имитационной моделью AnyLogic.

2. Анализ пространственного распределения автомобилей в окрестности светофора с учетом их плотности.

3. Формирование минимального остовного дерева для иерархического представления кластеров.

4. Оценка устойчивости кластеров (анализ плотности, продолжительности существования кластеров).

5. Формирование «конденсированного дерева» для выявления стабильных кластеров.

6. Определение финальной структуры кластеров и присвоение соответствующих меток.

HDBSCAN позволяет адаптивно регулировать частоту запуска гибридного алгоритма SlipToBest:

- ◆ Если ближайший кластер к светофору имеет низкую плотность, система снижает частоту применения алгоритма SlipToBest (уменьшая нагрузку на вычислительные ресурсы).
- ◆ Если плотность кластера превышает пороговое значение, SlipToBest активируется чаще, обеспечивая оперативную реакцию на изменения трафика.

Таким образом, алгоритм HDBSCAN выполняет динамическую адаптацию управления светофорными фазами, позволяя эффективнее использовать ресурсы и точнее учитывать изменчивую дорожную ситуацию.

## 2. Реализация имитационной модели в AnyLogic

Для перечисленных гибридных алгоритмов параметры, такие как коэффициент  $\lambda$ , частота применения операторов ГА и количество итераций PSO между генетическими этапами, подбираются эмпирически или на основе рекомендаций из научных работ [6, 7, 9–12, 19–22]. Для объективного сравнения их эффективности в работе используется единая среда моделирования (AnyLogic) и общая целевая функция (см. (1)), что обеспечивает корректность анализа. Применение AnyLogic в задачах адаптивного управления транспортными потоками ранее показало свою эффективность [23].

Разработанная модель в AnyLogic расширяет возможности классических PSO и ГА, обеспечивая гибкий и эффективный поиск оптимальных параметров светофорного регулирования. В дальнейшем представлены результаты применения гибридных алгоритмов и сравнительный анализ их эффективности.

В ходе доработки имитационной модели были внесены улучшения, приближающие ее к реальным условиям транспортных потоков и обеспечивающие упрощенную интеграцию с внешними оптимизационными алгоритмами. Автомобили теперь перестраиваются между полосами с учетом приоритетности рядности, скорости соседних транспортных средств и расстояния до стоп-линий. Эти изменения повысили реалистичность моделирования, сделав поведение транспортных агентов максимально приближенным к городской среде.

Переменные и параметры модели, включая длительности красных и зеленых фаз светофоров, были структурированы таким образом, чтобы их можно было легко считывать, изменять и анализировать из внешнего кода. Это значительно упростило интеграцию с эволюционными алгоритмами и позволило выполнять массовые итерации для оценки качества управленческих решений.

Структура модели и ее программная реализация оптимизированы таким образом, чтобы добавление или удаление светофоров не требовало значительных изменений исходного кода. Это позволяет гибко адаптировать модель под различные сценарии, изменять топологию дорожной сети и корректировать зону оптимизации без значительных временных затрат.

Разработанная модель подготовлена для интеграции с внешним оптимизирующим кодом. Модульная архитектура позволяет использовать AnyLogic в режиме «черного ящика», при котором алгоритмы получают параметры светофоров, обрабатывают их, а затем возвращают оптимизированные значения, обеспечивающие минимальное среднее время проезда и снижение потерь топлива. Это делает процесс внедрения новых алгоритмов оптимизации удобным, а их сравнение — объективным.

На *рисунке 2* представлена структура обновленной модели участка улично-дорожной сети, созданной в AnyLogic. Данная модель включает размещение светофоров и параметры временных фаз, что позволяет гибко тестировать различные алгоритмы адаптивного управления.

Имитационная модель предоставляет возможность варьировать ключевые параметры светофорного регулирования, напрямую влияющие на пропускную способность и динамику движения. На *рисунке 3* продемонстрирована панель параметров типичного «умного» светофора (trafficLight4).



Рис. 2. Структура обновленного моделируемого участка улично-дорожной сети в среде AnyLogic с размещенными светофорами и параметрами временных фаз.

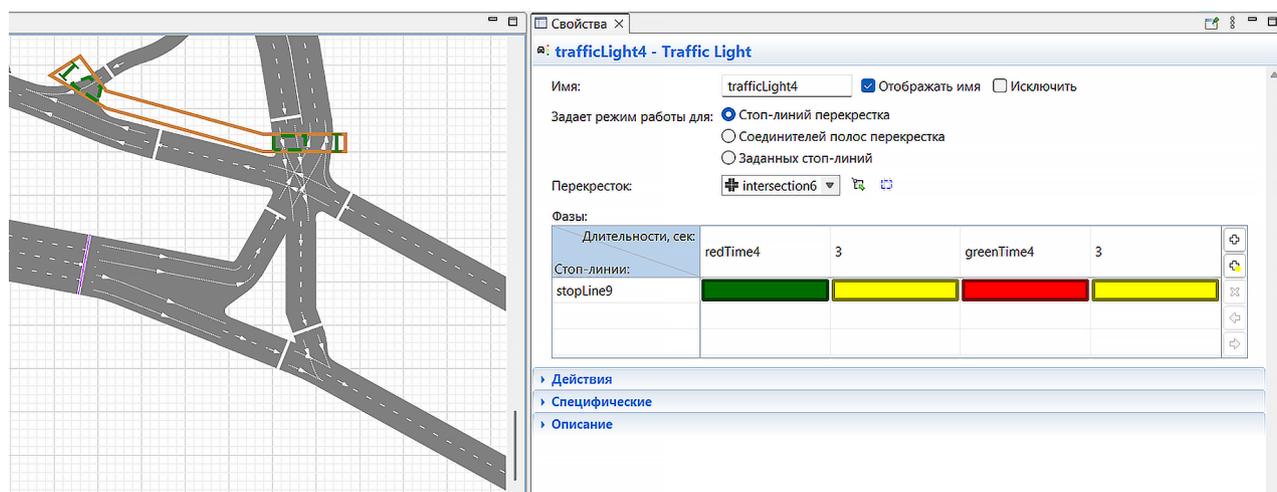


Рис. 3. Панель параметров «умного» светофора (trafficLight4) в AnyLogic с указанием длительностей фаз и прикрепленной стоп-линией.

В модели задаются длительности фаз (*redTime*, *greenTime*), привязка к стоп-линиям и режим работы светофора. В зависимости от интенсивности трафика и конфигурации перекрестка модель адаптирует логику переключения сигналов, определяя оптимальные интервалы зеленых и красных фаз.

Во время экспериментов алгоритм формирует управленческие решения, определяя оптималь-

ные длительности фаз *redTime*, и *greenTime*, для всех светофоров. Эти параметры загружаются в модель перед запуском симуляции. Далее AnyLogic воспроизводит поток автомобилей, фиксируя среднее время проезда и потери топлива. Таким образом, эволюционный алгоритм получает объективную оценку качества управления, анализируя влияние параметров на целевую функцию.

На последующих итерациях алгоритм обновляет параметры светофоров, минимизируя среднее время проезда. Модель автоматически адаптируется к изменению параметров, что позволяет динамически настраивать светофорное регулирование под различные транспортные условия, включая разреженный трафик и высокую загруженность сети.

### 3. Результаты численных экспериментов и анализ эффективности алгоритмов

Разработанная в ходе исследования имитационная модель транспортных потоков на локальном участке улично-дорожной сети в среде AnyLogic была ранее подробно описана в работах авторов [1, 2]. Модель учитывает особенности дорожной инфраструктуры, расположение светофоров и пешеходных переходов, а также опирается на агент-ориентированный и дискретно-событийный подход. Параметры моделирования, включая длительность симуляции, конфигурацию дорожной сети и интенсивность транспортных потоков, определены на основе реальных данных о трафике вблизи станции метро «Юго-Западная» в Москве [1].

В рамках экспериментов варьируемыми параметрами выступали длительности красных и зеленых фаз светофоров, поскольку именно эти характеристики оказывают ключевое влияние на пропускную способность дорожного участка. Каждая конфигурация фаз оценивалась по средней величине времени проезда транспортных средств, а также по показателям потерь топлива, вычисляемым на основе результатов симуляции.

Для каждого рассматриваемого алгоритма (Alternating, SlipToBest, Swarm, Parallel, MixIntegrate, Mix)

проводилась серия запусков, позволяющая снизить влияние случайных факторов и оценить устойчивость решений. В качестве критерия остановки чаще всего использовалось фиксированное количество итераций или поколений, определяемое ограничениями вычислительных ресурсов и наблюдательной практикой. Также учитывался порог отсутствия улучшений, при достижении которого алгоритм прекращал работу.

Анализируемые алгоритмы различаются по структуре и принципам сочетания методов PSO и ГА, что отражается на их эффективности. Для объективного сравнения были использованы следующие метрики:

- ♦ среднее время проезда, характеризующее пропускную способность дорожного участка и уровень удобства для водителей;
- ♦ потери топлива (AllLostGas), отражающие экономическую и экологическую эффективность управления, поскольку снижение неоправданных простоев транспортных средств ведет к уменьшению расхода топлива.

Результаты численных экспериментов обобщены в *таблице 1*, где представлены лучшие средние времена проезда, достигнутые каждым алгоритмом. На *рисунке 4* приведен график, визуализирующий эффективность рассмотренных подходов. Под «Потерянным топливом» понимается суммарный избыточный расход топлива (л) для заданной выборки автомобилей (например, 10 000 транспортных средств), участвовавших в серии симуляционных прогонов. Числовые значения усреднены с учетом стохастических флуктуаций в дорожном движении, связанных с различиями в режимах ускорения, торможения и плотностью трафика.

Таблица 1.

Сравнительные итоги по средней длительности проезда и потере топлива

Алгоритм	Характеристика подхода	Лучшее среднее время проезда, мин.	Потерянное топливо, л
SlipToBest	Рой с дополнительным сдвигом к лучшему решению (параметр)	3,2213	288,5
Alternating	Чередование ГА и PSO	3,2483	295,4
Swarm	Чистый алгоритм PSO	3,2246	296,2
Mix	Простая комбинация PSO и ГА, без четкого чередования	3,2650	308,7
MixIntegrate	Роевой алгоритм с операторами ГА (мутация, кроссинговер)	3,2798	312,9
Parallel	Чистый ГА	3,3009	318,5

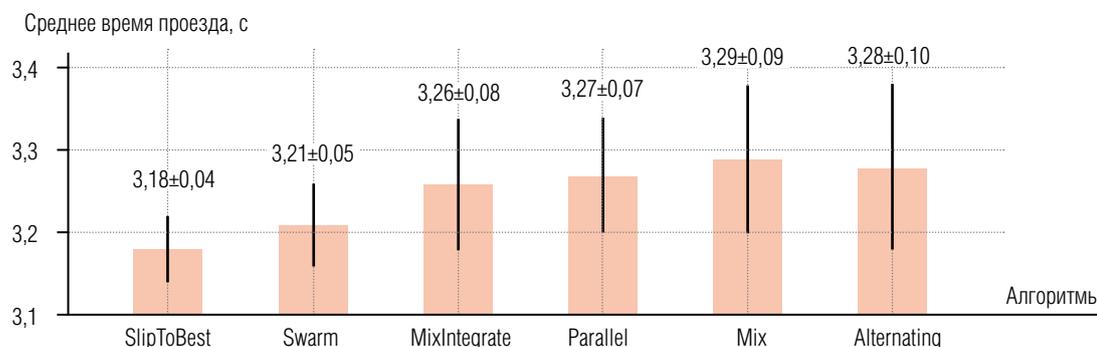


Рис. 4. Сравнение эффективности исследованных алгоритмов по среднему времени проезда.

Анализ данных из *таблицы 1* показывает, что SlipToBest демонстрирует наилучшие результаты, обеспечивая минимальное среднее время проезда при наименьшем расходе топлива. Следующими по эффективности выступают Alternating и Swarm. При этом Alternating, благодаря чередованию операторов ГА и PSO, превосходит как чистый PSO (Swarm), так и менее структурированные гибридные подходы (Mix, MixIntegrate). Использование чистого генетического алгоритма (Parallel) приводит к наибольшим затратам времени и топлива, что указывает на недостаточную эффективность метода без дополнительных модификаций.

Таким образом, целенаправленные усовершенствования ройного алгоритма (например, введение параметра  $\alpha$  в SlipToBest) или рациональное чередование эволюционных операторов (как в Alternating) обеспечивают наибольший выигрыш по скорости проезда и снижению топливных затрат. В то же время неструктурированные схемы гибридизации (Mix, MixIntegrate) и чистый генетический алгоритм (Parallel) уступают более организованным и продуманным гибридным архитектурам, что подтверждает важность системного подхода при проектировании эволюционных алгоритмов.

Для более детального сравнения представлена оценка времени выполнения различных алгоритмов при управлении светофорными циклами на рассматриваемом участке дорожной сети. Результаты приведены в числовом формате, что позволяет сравнить вычислительную сложность методов и оценить их применимость для практических сценариев моделирования.

В ходе эксперимента анализировались шесть алгоритмов оптимизации:

- ♦ **SlipToBest** – модифицированный алгоритм роя частиц с параметром  $\alpha$ .
- ♦ **Parallel** – чистый генетический алгоритм с параллельной обработкой данных.
- ♦ **Swarm** – стандартная реализация PSO.
- ♦ **MixIntegrate** – комбинированный метод, в котором PSO интегрируется с операторами ГА (мутация, кроссинговер).
- ♦ **Mix** – гибридный алгоритм, комбинирующий PSO и ГА без строгой схемы чередования операторов.
- ♦ **Alternating** – метод, в котором чередуются этапы PSO и ГА для балансировки глобального и локального поиска.

Основная цель анализа заключалась в определении времени выполнения каждого алгоритма при фиксированных входных параметрах в среде AnyLogic.

На *рисунке 5* представлены результаты экспериментов, иллюстрирующие время выполнения алгоритмов в секундах на основе численных симуляций.

Анализ полученных данных показывает, что SlipToBest обладает наименьшим временем выполнения – 1992,78 секунд, что свидетельствует о высокой вычислительной эффективности алгоритма. Оптимизация параметра  $\alpha$  позволила ускорить сходимость и уменьшить общее время расчетов. Parallel продемонстрировал 2415,93 секунды благодаря параллельной обработке данных, что позволило значительно ускорить вычисления по сравнению с последовательными методами. Swarm (классический PSO) показал 3008,97 секунд, что подтверждает его устойчивую, но не самую быструю сходимость по сравнению с модифицированным SlipToBest.

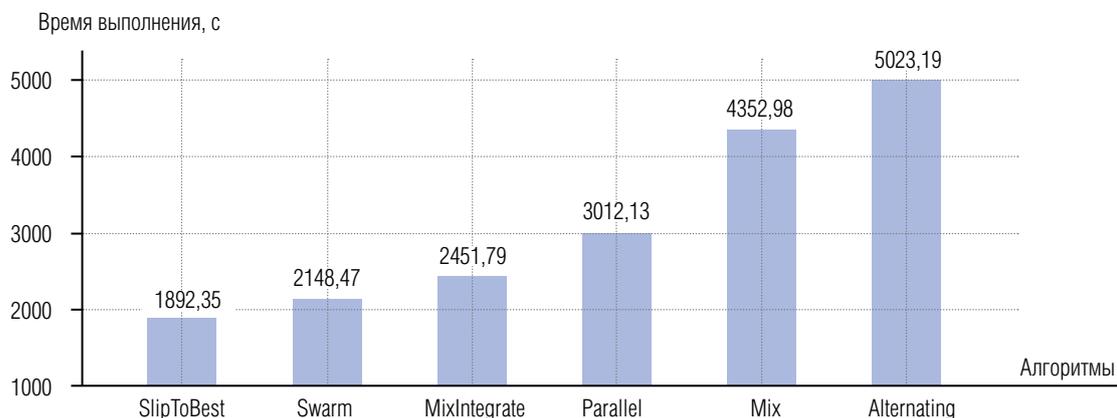


Рис. 5. Время выполнения для всех алгоритмов.

Алгоритмы MixIntegrate и Mix требуют 4591,87 и 6351,96 секунд соответственно, что объясняется их сложной гибридной структурой и необходимостью дополнительных итераций с мутацией и скрещиванием. Alternating, чередующий PSO и ГА, продемонстрировал наибольшее время выполнения – 6542,57 секунд, что обусловлено высокой вычислительной сложностью, несмотря на высокую точность получаемых решений.

Анализируя полученные результаты, можно отметить, что SlipToBest является наиболее эффективным с точки зрения скорости работы, что делает его оптимальным выбором для задач оперативного управления транспортными потоками. Parallel и Swarm показывают сбалансированные результаты и могут использоваться для решения практических задач оптимизации, когда важен компромисс между вычислительной сложностью и качеством решений. MixIntegrate и Mix, хотя и обеспечивают более точные решения, требуют оптимизации вычислительной нагрузки для повышения их практической применимости. Alternating, несмотря на наилучшее качество решений, требует значительных вычислительных ресурсов, что делает его более подходящим для задач, где приоритет отдан точности, а не скорости расчетов.

Полученные результаты подтверждают важность выбора алгоритма в зависимости от сценария моделирования. Дальнейшие исследования должны быть направлены на улучшение гибридных методов, обеспечивающих оптимальный баланс между вычислительной эффективностью и качеством решений.

В ходе экспериментов каждый алгоритм тестировался при различных начальных условиях, включая случайные начальные рои для PSO и различные популяции для ГА. Результаты показали, что SlipToBest не только демонстрирует наилучшее среднее время проезда, но и отличается высокой устойчивостью решений, показывая минимальную вариативность при изменении начальных параметров.

На рисунке 6 представлена динамика сходимости среднего времени проезда  $\bar{T}$ . Как видно из графика, SlipToBest быстрее остальных алгоритмов достигает минимального значения  $\bar{T}$ , благодаря целенаправленному сдвигу частиц роя к глобально лучшему решению. Alternating также демонстрирует высокое качество решений, однако в большинстве повторных экспериментов SlipToBest показывает более быстрое приближение к оптимуму.

Остальные алгоритмы (чистый PSO – Swarm, чистый ГА – Parallel, а также неструктурированные гибриды Mix и MixIntegrate) не смогли превзойти SlipToBest ни по сходимости, ни по устойчивости решений. Для формального подтверждения различий был проведен статистический анализ, включающий:

- ♦ Сравнение средних значений  $\bar{T}$ .
- ♦ Дисперсионный анализ.
- ♦ Непараметрические тесты на уровне значимости  $p < 0,05$ .

Результаты статистического анализа подтверждают превосходство SlipToBest по среднему времени проезда и устойчивости получаемых решений.

При разработке гибридных эволюционных алгоритмов важную роль играет настройка ключевых параметров, включая:

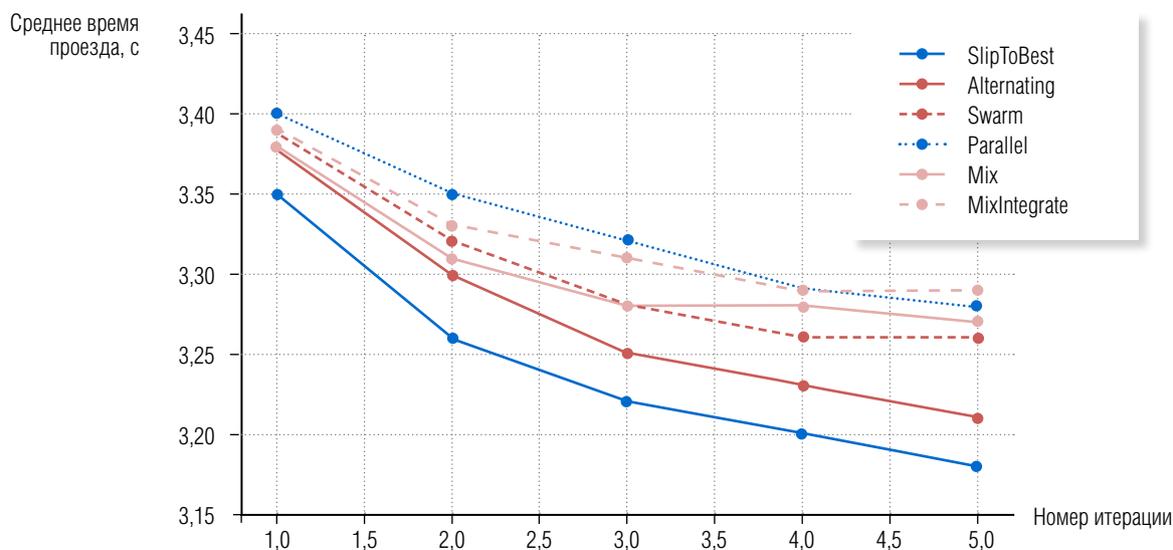


Рис. 6. Динамика сходимости среднего времени проезда.

- ◆ Коэффициенты PSO ( $w$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ) и размер роя.
- ◆ Параметр  $\alpha$  в SlipToBest, определяющий интенсивность подтягивания роя к лучшему найденному решению.
- ◆ Параметры ГА ( $mutationRate$ ,  $crossoverRate$ ) и размер популяции при использовании гибридных схем.

Экспериментальные данные показывают, что чистые PSO и ГА в ряде случаев уступают по качеству поиска, а некорректное комбинирование операторов (Mix, MixIntegrate) может приводить к неэффективному распределению вычислительных ресурсов. Модификация SlipToBest решает эту проблему, усиливая способность роя частиц к быстрому и устойчивому поиску.

Результаты экспериментов позволяют сделать следующие ключевые выводы:

- ◆ SlipToBest является оптимальным выбором для оптимизации в сложных динамических системах, где важна быстрая сходимость к высококачественному решению.
- ◆ Оптимизация параметра  $\alpha$  в SlipToBest (обычно в диапазоне 0,1–0,3) позволяет гибко настраивать компромисс между скоростью и точностью поиска.
- ◆ При ограниченных вычислительных ресурсах следует учитывать, что SlipToBest показывает одну из лучших скоростей работы (рис. 4), обеспечивая минимальное время проезда по сравнению с Alternating.
- ◆ Целенаправленная модификация ройного алгоритма позволяет добиться превосходства по средней метрике  $\bar{T}$  и устойчивости решений.
- ◆ Простая гибридизация (Mix, MixIntegrate) не гарантирует превосходства над чистыми алгоритмами, тогда как четкая структура чередования (Alternating) или направленный шаг к лучшему решению (SlipToBest) значительно повышают эффективность метода.

Таким образом, гибридные алгоритмы, при их грамотном структурировании, способны превосходить чистые PSO и ГА, обеспечивая оптимальное сочетание скорости сходимости и качества решений. Однако нерациональная комбинация операторов PSO и ГА может приводить к снижению эффективности, как это наблюдалось в случае Mix и MixIntegrate.

### Заключение

В ходе настоящего исследования разработан и апробирован новый метод оптимизации характеристик интеллектуальной транспортной системы на основе гибридных эволюционных алгоритмов, направленных на повышение эффективности светофорного регулирования в локальных участках улично-дорожной сети. Для проведения экспери-

ментов была создана агентно-ориентированная модель в AnyLogic, моделирующая реальные условия дорожного трафика. В качестве базовых методов использовались генетический алгоритм (ГА) и алгоритм роя частиц (PSO), которые легли в основу разработанных гибридных схем.

На основе этих методов были созданы и исследованы шесть алгоритмических схем: Alternating, SlipToBest, MixIntegrate, Mix, а также чистые версии Swarm (PSO) и Parallel (ГА). Главным критерием оценки эффективности выступало среднее время проезда, дополненное показателем потерь топлива, что позволило учесть экологические и экономические аспекты.

Результаты сравнительных экспериментов позволяют сделать следующие выводы:

1. SlipToBest, являющийся модифицированным PSO с механизмом дополнительного «подтягивания» частиц к лучшему решению, показал наивысшие результаты как по скорости сходимости, так и по достижению оптимального решения.
2. Alternating, комбинируя ГА и PSO в четко структурированной схеме чередования, лишь незначительно уступает SlipToBest, однако обеспечивает более стабильные решения, за счет сбалансированного использования глобального и локального поиска.
3. Swarm (базовый PSO) продемонстрировал результаты лучше, чем Parallel (чистый ГА), однако уступил лидерам – SlipToBest и Alternating.
4. Неструктурированные гибриды (MixIntegrate и Mix) не смогли превзойти реализованные методы, что подчеркивает важность логичного проектирования гибридных схем.

Таким образом, простая комбинация ГА и PSO без четкой стратегии не дает значительных пре-

имуществ. Высокие показатели достигаются при использовании специфических модификаций, таких как механизм сдвига частиц к оптимуму в PSO (SlipToBest), либо структурированное чередование операторов ГА и PSO (Alternating).

Теоретическая значимость исследования заключается в развитии и уточнении методов гибридизации эволюционных алгоритмов для интеллектуальных транспортных систем. Практическая ценность заключается в перспективах внедрения предложенных решений в реальное светофорное регулирование, что позволит сократить среднее время проезда, снизить расход топлива и уменьшить вредные выбросы.

Ограничения исследования связаны с локальным масштабом моделируемой дорожной сети и рядом упрощающих предположений о поведении водителей и пешеходов. В дальнейших исследованиях планируется расширение масштабов моделирования, учет сезонных и погодных факторов, а также интеграция адаптивных стратегий настройки параметров эволюционных алгоритмов с методами глубокого обучения и reinforcement learning.

Перспективным направлением развития является разработка гибридных алгоритмов, способных адаптироваться к динамически изменяющимся условиям дорожного движения. Это позволит еще более эффективно совершенствовать транспортную инфраструктуру и обеспечивать долгосрочные социально-экономические выгоды для городских транспортных систем. ■

### Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-11-00080).

### Литература

1. Зарипов Е.А., Мельников А.М., Акопов А.С. Имитационное моделирование и оптимизация транспортных потоков в локальных участках улично-дорожной сети с использованием системы AnyLogic // Информационные технологии. 2024. Т. 30. № 4. С. 183–189. <https://doi.org/10.17587/it.30.183-189>
2. Акопов А.С., Зарипов Е.А., Мельников А.М. Адаптивное управление транспортной инфраструктурой в городской среде с использованием генетического алгоритма вещественного кодирования // Бизнес-информатика. 2024. Т. 18. № 2. С. 48–66. <https://doi.org/10.17323/2587-814X.2024.2.48.66>
3. Eberhart R., Kennedy J. Particle swarm optimization // IEEE International Conference on Neural Networks. Perth, Australia, 1995. P. 1942–1948.
4. Holland J.H. Adaptation in natural and artificial systems. MIT Press, 1992.
5. Clerc M., Kennedy J. The particle swarm – explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. 2002. Vol. 6. No. 1. P. 58–73.

6. Shi Y., Eberhart R. A modified particle swarm optimizer // IEEE International Conference on Evolutionary Computation. 1998. P. 69–73.
7. Bäck T., Fogel D.B., Michalewicz Z. Evolutionary computation 1: Basic algorithms and operators. CRC Press, 2000.
8. Wahde M. Biologically inspired optimization methods: An introduction. WIT Press, 2008.
9. Coello C.A.C., Lamont G.B., Van Veldhuizen D.A. Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems. Springer, 2007.
10. Yoshida H., Kawata K., Fukuyama Y., Takayama S., Nakanishi Y. A particle swarm optimization for reactive power and voltage control considering voltage security assessment // IEEE Transactions on Power Systems. 2000. Vol. 15. No. 4. P. 1232–1239. <https://doi.org/10.1109/59.898095>
11. Zhang Y., Wang S., Ji G. A comprehensive survey on particle swarm optimization algorithm and its applications // Mathematical Problems in Engineering. 2015. P. 1–38.
12. Ali M.Z., Pant M. Improving the performance of particle swarm optimization using differential evolution // IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2009. P. 105–112.
13. Poli R., Kennedy J., Blackwell T. Particle swarm optimization // Swarm Intelligence. 2007. Vol. 1. No. 1. P. 33–57.
14. Engelbrecht A.P. Computational intelligence: An introduction. 2nd Edition. Wiley, 2007.
15. Goldberg D.E. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison-Wesley, 1989.
16. Michalewicz Z. Genetic algorithms + Data structures = Evolution programs. Springer, 1996.
17. Haupt R.L., Haupt S.E. Practical genetic algorithms. 2nd Edition. Wiley, 2004.
18. Tsai P.W., Chiu S.W., Pan J.S., Liao B.Y. Enhancing particle swarm optimization with multicriterion for engineering optimization // Expert Systems with Applications. 2010.
19. Ong Y.S., Lim M.H., Zhu N., Wong K.W. Classification of adaptive memetic algorithms: A comparative study // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B. 2006.
20. Zhou A., Qu B.Y., Li H., Zhao S., Suganthan P.N., Zhang Q. Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art // Swarm and Evolutionary Computation. 2011.
21. Bot D.M., Peeters J., Liesenborgs J., Aerts J. FLASC: A flare-sensitive clustering algorithm: extending HDBSCAN\* for detecting branches in clusters // arXiv:2311.15887. 2023. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2311.15887>
22. Анферов М.А. Генетический алгоритм кластеризации // Russian Technological Journal. 2019. Т. 7. № 6. С. 134–150. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-6-134-150>
23. Бекларян А.Л., Бекларян Л.А., Акопов А.С. Имитационная модель интеллектуальной транспортной системы «умного города» с адаптивным управлением светофорами на основе нечеткой кластеризации // Бизнес-информатика. 2023. Т. 17. № 3. С. 70–86. <https://doi.org/10.17323/2587-814X.2023.3.70.86>

## Об авторах

### **Зарипов Евгений Андреевич**

младший научный сотрудник, лаборатория динамических моделей экономики и оптимизации, Центральный экономико-математический институт, Российская академия наук, Россия, 117418, г. Москва, Нахимовский проспект, д. 47;

аспирант, ассистент, кафедра инструментального и прикладного программного обеспечения, МИРЭА – Российский технологический университет, Россия, 119454, г. Москва, проспект Вернадского, д. 78;

E-mail: e.a.zaripov@ya.ru

ORCID: 0000-0003-1472-650X

### **Акопов Андраник Сумбатович**

доктор технических наук, профессор; профессор РАН;

главный научный сотрудник, лаборатория динамических моделей экономики и оптимизации, Центральный экономико-математический институт, Российская академия наук, Россия, 117418, г. Москва, Нахимовский проспект, д. 47;

профессор, кафедра инструментального и прикладного программного обеспечения, МИРЭА – Российский технологический университет, Россия, 119454, г. Москва, проспект Вернадского, д. 78;

E-mail: akopovas@umail.ru

ORCID: 0000-0003-0627-3037

# Modeling and optimization of the characteristics of intelligent transport systems for “smart cities” using hybrid evolutionary algorithms

**Evgeniy A. Zaripov**

E-mail: e.a.zaripov@ya.ru

**Andranik S. Akopov**

E-mail: akopovas@umail.ru

Central Economic Mathematical Institute, Moscow, Russia

MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russia

## Abstract

Modern cities are facing increasing traffic congestion, necessitating the implementation of intelligent traffic management systems. One of the key areas in this field is adaptive traffic signal control, which can adjust to changing traffic conditions. However, existing methods for optimizing traffic signal cycle parameters have several limitations, such as high computational complexity, the risk of premature convergence of algorithms and the difficulty of accounting for traffic dynamics. This study proposes an approach to optimizing the characteristics of an intelligent transportation system using hybrid evolutionary algorithms. The methods we developed combine the principles of genetic algorithms (GA) and particle swarm optimization (PSO), enabling a balance between global and local search for optimal parameters. The research examines six different hybridization schemes, including modified versions of basic algorithms, as well as their integration with HDBSCAN clustering methods for adaptive optimization frequency tuning. To evaluate the effectiveness of the proposed algorithms, a simulation model was developed in the AnyLogic environment, replicating real urban traffic conditions. Numerical experiments conducted on a local section of the road network in Moscow demonstrated that the hybrid SlipToBest algorithm achieves the best results in reducing average travel time and fuel consumption, while the Alternating algorithm (structured switching between GA and PSO) ensures high solution stability. The results of this study confirm the feasibility of using hybrid evolutionary methods for traffic flow management tasks. The proposed algorithms not only enhance the efficiency of traffic signal control but also establish a foundation for the further development of adaptive urban traffic management systems.

**Keywords:** intelligent transport systems, traffic infrastructure management, smart city, hybrid evolutionary algorithms, simulation modeling, traffic management, AnyLogic

**Citation:** Zaripov E.A., Akopov A.S. (2025) Modeling and optimization of the characteristics of intelligent transport systems for “smart cities” using hybrid evolutionary algorithms. *Business Informatics*, vol. 19, no. 1, pp. 34–49. DOI: 10.17323/2587-814X.2025.1.34.49

## References

1. Zaripov E.A., Melnikov A.M., Akopov A.S. (2024) Simulation modeling and optimization of traffic flows in local sections of the street-road network using AnyLogic. *Information Technologies*, vol. 30, no. 4, pp. 183–189. <https://doi.org/10.17587/it.30.183-189>.
2. Akopov A.S., Zaripov E.A., Melnikov A.M. (2024) Adaptive control of transportation infrastructure in an urban environment using a real-coded genetic algorithm. *Business Informatics*, vol. 18, no. 2, pp. 48–66. <https://doi.org/10.17323/2587-814X.2024.2.48.66>
3. Eberhart R., Kennedy J. (1995) Particle swarm optimization. Proceedings of the *IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia*, pp. 1942–1948.

4. Holland J.H. (1992) *Adaptation in natural and artificial systems*, MIT Press.
5. Clerc M., Kennedy J. (2002) The particle swarm – explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 1, pp. 58–73.
6. Shi Y., Eberhart R. (1998) A modified particle swarm optimizer. Proceedings of the *IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, IEEE, pp. 69–73.
7. Bäck T., Fogel D.B., Michalewicz Z. (2000) *Evolutionary computation I: Basic algorithms and operators*, CRC Press.
8. Wahde M. (2008) *Biologically inspired optimization methods: An introduction*, WIT Press.
9. Coello C.A.C., Lamont G.B., Van Veldhuizen D.A. (2007) *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*, Springer.
10. Yoshida H., Kawata K., Fukuyama Y., Takayama S., Nakanishi Y. (2000) A particle swarm optimization for reactive power and voltage control considering voltage security assessment // *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 4, pp. 1232–1239. <https://doi.org/10.1109/59.898095>
11. Zhang Y., Wang S., Ji G. (2015) A comprehensive survey on particle swarm optimization algorithm and its applications. *Mathematical Problems in Engineering*, pp. 1–38.
12. Ali M.Z., Pant M. (2009) Improving the performance of particle swarm optimization using differential evolution. Proceedings of the *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 105–112.
13. Poli R., Kennedy J., Blackwell T. (2007) Particle swarm optimization. *Swarm Intelligence*, vol. 1, no. 1, pp. 33–57.
14. Engelbrecht A.P. (2007) *Computational intelligence: An introduction*. 2nd Edition, Wiley.
15. Goldberg D.E. (1989) *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, Addison-Wesley.
16. Michalewicz Z. (1996) *Genetic algorithms + Data structures = Evolution programs*, Springer.
17. Haupt R.L., Haupt S.E. (2004) *Practical genetic algorithms*, 2nd Edition, Wiley.
18. Tsai P.W., Chiu S.W., Pan J.S., Liao B.Y. (2010) Enhancing particle swarm optimization with multicriterion for engineering optimization. *Expert Systems with Applications*.
19. Ong Y.S., Lim M.H., Zhu N., Wong K.W. (2006) Classification of adaptive memetic algorithms: A comparative study. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*.
20. Zhou A., Qu B.Y., Li H., Zhao S., Suganthan P.N., Zhang Q. (2011) Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art. *Swarm and Evolutionary Computation*.
21. Bot D.M., Peeters J., Liesenborgs J., Aerts J. (2023) FLASC: A flare-sensitive clustering algorithm: extending HDBSCAN\* for detecting branches in clusters. *arXiv:2311.15887*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2311.15887>
22. Anfyorov M.A. (2019) Genetic clustering algorithm. *Russian Technological Journal*, vol. 7, no. 6, pp. 134–150 (in Russian). <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-6-134-150>
23. Beklaryan A.L., Beklaryan L.A., Akopov A.S. (2023) Simulation model of an intelligent transportation system for the ‘smart city’ with adaptive control of traffic lights based on fuzzy clustering. *Business Informatics*, vol. 17, no. 3, pp. 70–86. <https://doi.org/10.17323/2587-814X.2023.3.70.86>

### About the authors

#### Evgeniy A. Zaripov

Junior Researcher, Laboratory of Dynamic Economic Models and Optimization, Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, 47, Nakhimovsky Ave., 117418 Moscow, Russia;

PhD Student, Assistant Lecturer, Department of Instrumental and Applied Software, MIREA – Russian Technological University, 78, Vernadsky Ave., 119454 Moscow, Russia;

E-mail: e.a.zaripov@ya.ru

ORCID: 0000-0003-1472-650X

#### Andranik S. Akopov

Doctor of Technical Sciences, Professor;

Professor of the Russian Academy of Sciences;

Chief Researcher, Laboratory of Dynamic Economic Models and Optimization, Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, 47, Nakhimovsky Ave., 117418 Moscow, Russia;

Professor, Department of Instrumental and Applied Software, MIREA – Russian Technological University, Russia, 78, Vernadsky Ave., 119454 Moscow, Russia;

E-mail: akopovas@umail.ru

ORCID: 0000-0003-0627-3037