

Математическая модель формирования ценовой политики и плана производственно-транспортной системы лесопромышленного предприятия*

Р.С. Рогулин 

E-mail: rafassiaofusa@mail.ru

Владивостокский государственный университет экономики и сервиса

Адрес: 690014, г. Владивосток, ул. Гоголя, д. 41

Дальневосточный федеральный университет

Адрес: 690922, Приморский край, остров Русский, п. Аякс, д. 10

Аннотация

Формирование цепей поставок сырья тесно связано с проблемами производства, касающимися определения цен на реализуемые товары. Часто возникает вопрос о необходимости изучения источников поступления сырья и о методологии ценообразования произведенных товаров, с учетом большего числа внешних аспектов рынка. Зачастую в литературе рассматриваются лишь частные подходы к решению проблем производства, однако методы решения комплексной задачи формирования цепей поставок сырья и ценообразования слабо проработаны. В данной работе представлена математическая модель, позволяющая оценить целесообразность взаимодействия предприятия лесопромышленной отрасли с товарно-сырьевой биржей, с ежедневным формированием вектора цен на всем горизонте планирования. Рассматривается двухэтапный алгоритм поиска субоптимального решения, который на первом этапе основывается на линейной оптимизации, а на втором — на градиентном спуске с применением штрафных функций. Модель апробирована на данных товарно-сырьевой биржи России и одного из предприятий Приморского края. Результатом тестирования явились объемы производства каждого типа товара на всем горизонте планирования, объемы доставки сырья из регионов на предприятия, а также способы доставки товаров до потребителя и политика формирования цен. Показано, что почти все товары должны вырасти в цене за счет сокращения избыточного объема заявок (спроса) на всем горизонте планирования, за исключением продукции двух типов. Отмечено, что биржа может обеспечить необходимым объемом сырья производства большой мощности, что демонстрирует возможность при необходимости нарастить объемы закупок сырья. Показано, какие товары будут чаще других входить в план выпуска при оптимизации вектора цен. Проанализированы пути доставки конечных типов продукции. Приведены недостатки и положительные стороны математической модели и алгоритма.

* Статья опубликована при поддержке Программы НИУ ВШЭ «Университетское партнерство»

Ключевые слова: ценовая политика; оптимизация производства; транспортная задача; лесная промышленность; товарно-сырьевая биржа; цепь поставок; выпуск продукции.

Цитирование: Рогулин Р.С. Математическая модель формирования ценовой политики и плана производственно-транспортной системы лесопромышленного предприятия // Бизнес-информатика. 2021. Т. 15. № 3. С. 60–77. DOI: 10.17323/2587-814X.2021.3.60.77

Введение

С о времен промышленной революции XVIII–XIX веков возросла значимость оптимального управления производством. До этого предприятия, как правило, выпускали продукцию и покрывали ею лишь территориально незначительные объемы рынка. Это, в свою очередь требовало несущественных вычислительных и логических усилий, с чем предприятия легко справлялись. После промышленной революции предприятия стали задаваться вопросом о расширении рынков сбыта и об увеличении производственных мощностей, чтобы максимизировать свою прибыль. Однако при выходе предприятий на новые рынки, они начали сталкиваться с конкуренцией в других регионах. При решении задачи повышения конкурентоспособности предприятий возросла роль принятия решений в отношении выхода на новые рынки, определения объемов производства и способах получения более дешевого сырья. Эти три основных фактора играют значительную роль в менеджменте каждого предприятия и сегодня, в XXI веке [1, 2].

Среди самых острых проблем, с которыми сталкивается предприятие — комплексный вопрос об объемах производства, способе доставки и источнике сырья, способе транспортировки конечного вида продукции до заказчика, а также о формировании цен на конечную продукцию. Первые три проблемы в комплексе представляют собой задачу формирования устойчивых цепей поставок сырья (supply chain). Следует отметить, что вопросы о формировании цепей поставок и о ценовой политике предприятия являются не только краеугольными в процессе деятельности предприятия, но и взаимосвязанными и взаимозависимыми [1]. Трудно решать вышеописанную общую проблему путем последовательного решения каждой из вышеупомянутых четырех задач в отдельности [2]. Последняя проблема особенно сложна, т.к. она требует глубокого анализа рынков, структуры производства и процесса переработки сырья [1].

Формирование оптимальных планов производства, в отличие от формирования ценовой политики предприятия, — это серьезно проработанная в мировой и отечественной литературе проблема. Однако случайные процессы, возникающие в ходе производства, делают большую часть таких планов неприменимыми на практике [2].

Решение проблемы цепей поставок получило серьезное развитие с ростом вычислительных мощностей компьютеров. Однако общепринятый подход к решению данной задачи отсутствует, известны лишь частные случаи решения некоторых задач [1]. В то же время реалии XXI века заставляют менеджмент предприятий задумываться о том, как правильно решать эту задачу исключительно в комплексе с другими, поскольку именно в таком сочетании достигается глобальный экстремум значения прибыли. Необходимость комплексного подхода значительно усложняет и без того очень нетривиальную проблему.

Методы и алгоритмы решения транспортных задач появились несколько раньше, чем способы решения задач, связанных с цепями поставок. Однако проблемы транспортных потоков, равновесий и т.п. до сих пор слабо изучены и не дают общего понимания того, как следует решать ту или иную задачу [2].

Формирование ценовой политики производства — очень сложный и трудоемкий процесс, поскольку здесь для принятия решений необходима серьезная подготовительная деятельность, которая зачастую представляется нереализуемой в ограниченные сроки.

Кроме того, нельзя забывать о невыпуклости допустимого множества решений и стохастичности таких моделей, что также порождает множество проблем при поиске решений [3, 4].

Многие параметры рассматриваемой задачи являются вероятностными, что не позволяет находить оптимальное решение, однако существует возможность поиска субоптимального решения задачи.

Разница между субоптимальным и оптимальным решениями заключается в том, что оптимальное существует лишь для детерминированного случая, в то время как субоптимальное решение доставляет такое значение целевой функции, что для любого вероятностного исхода это значение будет приемлемым и относительно неплохим [3–5]. Однако и в случае поиска субоптимального решения есть ряд трудноразрешимых проблем. Невыпуклость задачи не позволяет находить решения общепризнанными методами и всегда требует модификации известных алгоритмов и схем действий [6].

1. Обзор литературы

Один из основных вопросов при проектировании цепи поставок заключается в выборе метода инвестирования [7]. Эта перспектива в проектировании цепи поставок требует понимания взаимосвязей между затратами, факторами риска цепи поставок (в том числе в условиях глобальных кризисных явлений) и инвестициями в возможности цепи поставок. В статье [7] предлагается многоцелевая стохастическая модель для проектирования цепи поставок в условиях неопределенности. Источники риска моделируются как набор сценариев, а цель состоит в том, чтобы изучить компромиссы между инвестициями в улучшение возможностей цепи поставок и снижение рисков цепи поставок, а также минимизировать стоимость сбоев цепи поставок. Результаты работы [7] показывают, что расширение возможностей цепи поставок можно рассматривать как стратегию смягчения, которая позволяет компании снизить общую ожидаемую стоимость цепи поставок, подверженной сбоям, в том числе в связи с пандемией COVID-19.

Проблеме оптимального принятия решений в цепи поставок, выбору между централизованными и децентрализованными решениями производителей и ритейлеров посвящена работа [8]. Организация и координация цепи поставок рассматривается в условиях налога на выбросы углерода. Приводится оптимизация цепи поставок в трех постановках: при рассмотрении контракта обратной покупки, политики субсидирования и совместной стратегии обратной покупки и субсидии в условиях ограничения налога на выбросы углерода.

В работе [9] рассматривается задача о поставках сырья с товарно-сырьевой биржи до предприятий. Особенности данной работы является поддерж-

ка минимального количества сырья на складе, учет предложения сырья на бирже, прогноз предложения и цен на рынке, розыгрыш пройденного расстояния по железной дороге каждым лотом после его покупки. Для достижения цели работы была разработана модель нелинейного стохастического программирования и алгоритм для поиска субоптимальных решений.

Исследование [10] посвящено анализу управления цепями гуманитарных поставок на примере Индии в обычной рыночной ситуации, не осложненной кризисами в цепях поставок во время пандемии. Авторы подчеркивают важность информационных и коммуникационных технологий (ИКТ). Результаты показывают, что стратегическое и упреждающее планирование имеет важное значение для расширения использования ИКТ в управлении цепями гуманитарных поставок. Авторы отмечают, что это может мотивировать участников внедрять образовательные программы для повышения осведомленности о важности ИКТ. Эти результаты также подтверждают мнение о том, что роль правительства имеет решающее значение для расширения использования ИКТ. Как утверждается в работе [10], эффективная, прозрачная политика рабочих процессов, связанная с использованием системы управления знаниями, позволит максимизировать преимущества ИКТ и еще больше повысить эффективность цепей поставок.

В настоящий момент большое внимание приковано к работам в области цепей поставок, где спрос описывается как случайная величина, значение которой со временем может меняться [11, 12]. Для учета этой особенности авторы работы [13] разработали нелинейную модель, позволяющую обеим сторонам сделки принимать решения, отвечающие всем ограничениям (с обеих сторон), и находить оптимальное решение в сложившейся ситуации.

Однако не всегда можно представить проблему сторон как единую математическую модель, в связи с чем на передний план выходят многопериодные модели. Так, авторы работы [14] разработали двухэтапную производственно-транспортную распределительную сеть, которая отличается возможностью учета неопределенности спроса на конечную продукцию. Цель такой модели заключается в определении минимальных значений сразу двух параметров: совокупной стоимости цепи поставок и времени на обслуживание. Для решения поставленной задачи был использован L-образный алгоритм. Авторы работы [15] расширили многопе-

риодную трехэшелонную логистическую сеть прямого и обратного действия в условиях различных неопределенностей, включая спрос. Целью работы было отыскать такое распределение, при котором значение прибыли было бы максимально. Для достижения цели работы использовались эшелоны прямого и обратного распределения товаров.

В работе [16] разработана двухэтапная стохастическая модель по решению проблемы цепи поставок на краткосрочном горизонте планирования, в условиях неопределенности спроса. Авторы искали эффективное распределение товаров по потребителям, исходя из стохастического спроса, с целью максимизировать конечное значение прибыли. Как показано в работе [17], особую роль в задачах, связанных с цепями поставок, играет одновременная оптимизация разнородных и несоизмеримых параметров. Авторская модель является многопродуктовой и многопериодной, она имеет сложную ступенчатую архитектуру, позволяющую решать задачу производства со случайными рыночными и организационными запросами покупателей и ценами на товары.

Стохастический характер спроса очень точно описывает ситуацию типа «продавец — покупатель» и играет большую роль в оценке степени эффективности полученной цепи поставок.

В работе [18] была спроектирована многопродуктовая сеть поставок, позволяющая учитывать вероятностные сценарии развития событий. В качестве алгоритма поиска решений авторы остановились на алгоритме ветвления и привязки. В работе [19] была решена проблема размещения и распределения подзадач со случайным спросом, чтобы иметь возможность принимать решения на различных уровнях. Цель задачи заключалась в достижении максимального значения прибыли. В качестве алгоритма использовался модифицированный генетический алгоритм. В статье [20] сформулирована новая двухцелевая смешанно-целочисленная задача управления цепями поставок, которую удалось решить тремя классическими способами, а полученные решения носили характер Парето-оптимальных.

Таким образом, можно считать, что рассматриваемая тема в рамках задачи управления цепями поставок актуальна и довольно широко отражена

в литературе. Однако отметим некоторые важные особенности приведенного обзора литературы:

- ◆ недостаточно внимания уделено проблемам цепей поставок и экономической политике как комплексной проблеме, для любого типа производства;
- ◆ недостаточно проработана тема взаимодействия предприятий лесопромышленной отрасли с товарно-сырьевыми биржами.

2. Цели, задачи и гипотеза исследования

Рассмотрим деятельность предприятий лесопромышленной отрасли. Здесь задействованы три наиболее важных процесса производства: доставка и объемы закупок сырья с биржи, объемы производства каждого типа продукта (исходя из имеющихся запасов сырья) и метод доставки конечной продукции потребителю.

Для определенности необходимо отметить источники поступления сырья на биржу. Биржа заключает договоры с арендаторами делян из регионов о том, что они могут пользоваться площадкой для торгов. После совершения сделки между предприятием по переработке сырья (лесопромышленным комплексом — заказчиком) и деляной (продавцом) заявленный в договоре¹ объем сырья отправляется заказчику.

Как правило, предприятия получают заявки от заказчиков заблаговременно. В связи с этим представляется возможным сделать предположение о том, что для планирования своей деятельности предприятие может применять большие горизонты планирования. Здесь следует отметить, что спрос на товары лесопромышленной отрасли имеет сезонный характер, что усложняет планирование деятельности компании.

Цель работы заключается в решении задачи принятия решения об оптимальном объеме выпуска товаров, об объемах покупки сырья, о доставке готовой продукции до конечного потребителя и о формировании ценовой политики предприятия на всем горизонте планирования для оценки целесообразности взаимодействия предприятия с лесной товарно-сырьевой биржей.

¹ В договоре купли-продажи указываются способы и цена доставки древесины. Доставка может осуществляться силами предприятия, однако далее мы будем рассматривать доставку сырья силами поставщика

Для достижения цели работы поставлены следующие задачи исследования:

1. Построение экономико-математической двух-этапной модели:
 - а. для формирования субоптимального вектора производства продукции по дням на заданном горизонте планирования цепей поставок сырья и вектора объемов транспортировки сырья до конечного потребителя;
 - б. для поиска эффективного вектора цен реализации произведенной продукции.
2. Составление согласованного решения для пп. (а) и (б) списка задач;
3. Анализ результатов тестирования модели.

Сформулируем гипотезу исследования. Она состоит в том, что за счет увеличения цены и, как следствие, сокращения объемов заявок можно добиться увеличения прибыли от реализации продукции лесопромышленной отрасли на рынках сбыта, при взаимодействии с товарно-сырьевыми биржами как источниками сырья.

3. Математическая модель

Любое производство, в том числе лесопромышленное, не способно функционировать без сырьевой базы. Для ее обеспечения необходимо определить деляны, откуда будет осуществляться доставка сырья. Для это воспользуемся услугами Санкт-Петербургской Международной Товарно-сырьевой Биржи (СПбМТСБ)². На бирже каждый день публикуются данные о том, сколько сделок (заявок) было совершено, по какой цене и какой объем сырья был продан. Кроме того, биржа оказывает услуги по доставке сырья до потребителя, что также включается в цену товару. На бирже представлены многие регионы, откуда потенциально может поступать сырье.

После поступления достаточного объема сырья на склад производства предприятие должно принять решение об оптимальном векторе производства конечной продукции, с ориентацией на спрос. После реализации планов производства необходимо доставить товары покупателям в соответствии с их спросом, с использованием известных транспортных узлов.

Для решения задачи введем следующие переменные и обозначения [21]:

k – вид производимой продукции, $k = 1, \dots, K$;

l – вид сырья для производства продукции, $l = 1, \dots, L$;

m – номер дня в рамках рассматриваемого горизонта планирования, $m = 1, \dots, M$;

w – номер недели в рамках рассматриваемого горизонта планирования (определяется в зависимости от номера дня), $w = 1, \dots, W$;

s – номер месяца в рамках рассматриваемого горизонта планирования, $s = 1, \dots, S$;

c_{ilrm} – цена покупки заявки i сырья типа l в регионе r в день m (руб.), включая стоимость доставки;

V_{ilrm} – объем сырья типа l в заявке i из региона r в день m (m^3);

v_{ilrm} – покупаемый объем сырья типа l в заявке i из региона r в день m (m^3);

u_{lm} – запас на складе сырья типа l в день m (m^3);

u_m^{max} – максимальная вместимость склада в день m (m^3);

u_m^{min} – уровень неприкосновенного (страхового) запаса сырья типа l на складе в любой из дней на всем горизонте планирования (m^3);

v'_{ilr} – объем сырья типа l , купленный в предыдущем периоде, про который известно, что он поступит на склад в день m (m^3);

A_{lk}^s – объем затрат ресурса l на производство единицы продукции k в месяце s (m^3);

p_{km} – цена продажи продукции типа k в день m (руб.);

N – количество независимых имитационных итераций;

FC_n – фиксированные издержки для имитационной итерации n (руб.), $n = 1, \dots, N$;

x_{km} – объем производства товаров типа k в день m (шт.);

z_{ijkw} – объем продукции k , перевозимой между пунктами i и j в неделю w (шт.);

Z_{ijw} – пропускная способность дуги между пунктами i и j на неделе w (шт.);

$\tilde{z}_{ijw}$ – индикатор использования дороги из пункта i в пункт j на неделе w в графе-решении транспортной подзадачи;

c_{ijw} – затраты на транспортировку из пункта i в пункт j в неделю w (руб.);

I – количество заявок, которые были выкуплены предприятием в предыдущий период (до момента $m = 0$) и для которых даты прихода на склад известны;

R – количество регионов, из которых поступают заявки;

² <https://spimex.com/>

T_r – норма временных затрат (в днях) на доставку любого объема сырья из региона r по железной дороге, $r = 1, \dots, R$;

Q_{j^*kw} – спрос розничной компании j^* на продукцию k в неделю w ;

$\bar{Q}_{j^*kw}$ – математическое ожидание объема спроса розничной компании j^* на продукцию k в неделю w ;

M_1 – количество дней текущего периода, для которых закупленные заявки поступят на склад в течение следующего периода;

J – множество вершин в транспортном графе;

J^{out} – множество вершин, инцидентных пункту производства;

J^* – множество розничных торговцев (конечных пунктов назначения произведенной продукции);

B_0 – бюджет предприятия, отведенный для ведения торгов, по состоянию на момент начала работы модели;

x_{km1} – гипотетический объем производства продукции типа k в день $m = M + 1, \dots, M_1$, который определяется следующим образом:

$$\dot{x}_{km1} = \left[\frac{1}{2} \left(\max_{m^* \in [m-t, m]} (x_{km^*}, x_{k(m^*-1)l}) + \min_{m^* \in [m-t, m]} (x_{km^*}, \dot{x}_{k(m^*-1)l}) \right) \right],$$

где t – количество дней, за которые выбираются максимальные и минимальные значения x_{km^*} в введенных ниже ограничениях.

Значения параметров u_{l0} и B_0 задаются и соответствуют последнему дню предыдущего периода.

В качестве целевой функции будем рассматривать доналоговую прибыль предприятия на горизонте планирования M . Тогда математическая запись задачи оптимизации приобретает следующий вид:

$$\max_p \max_{x, v, z, \tilde{z}} \sum_m \left(\sum_k p_{km} x_{km} - \sum_{i,l,r} c_{ilrm} v_{ilrm} - \sum_{i,j} c_{ijw} \tilde{z}_{ijw} \right) \quad (1)$$

$$u_{lm} = u_{l(m-1)} + \sum_{i,r} v_{ilr(m-T_r)} + \sum_{i,r} v'_{ilr(m-T_r)} - \sum_k A_{lk}^s x_{km}; \quad l = 1, \dots, L; m = 1, \dots, M \quad (2)$$

$$\sum_l u_{lm} \leq u_m^{max}; m = 1, \dots, M + M_1 \quad (3)$$

$$u_{lm} \geq u_l^{min}; l = 1, \dots, L; m = 1, \dots, M + M_1 \quad (4)$$

$$\sum_k A_{lk}^s x_{km} \leq u_{lm}; l = 1, \dots, L; m = 1, \dots, M \quad (5)$$

$$B_0 + \sum_{m=1}^{m^*} \left(\sum_k p_{km} x_{km} - \sum_{i,l,r} c_{ilrm} v_{ilrm} - \sum_{i,j} c_{ijw} \tilde{z}_{ijw} - FC_n \right) \geq 0; \quad m^* = 1, \dots, M \quad (6)$$

$$0 \leq v_{ilrm} \leq V_{ilrm} \quad (7)$$

$$\sum_j z_{ijkw} = \sum_i z_{ijkw}; k = 1, \dots, K; w = 1, \dots, W; i, j \in J \quad (8)$$

$$\sum_{j \in J^{out}} z_{1jkw} = \sum_{m=(w-1) \cdot 7 + 1}^{w \cdot 7} x_{km}; k = 1, \dots, K; w = 1, \dots, W \quad (9)$$

$$\sum_i z_{ij^*kw} \leq Q_{j^*kw}; j^* \in J^*; k = 1, \dots, K; w = 1, \dots, W \quad (10)$$

$$\sum_k z_{ijkw} \leq \tilde{z}_{ijw} Z_{ijw}; i, j \in J; w = 1, \dots, W \quad (11)$$

$$B_0 = \text{const} \quad (12)$$

$$u_{l0} = \text{const} \quad (13)$$

$$u_{lm}, x_{km}, v_{ilrm} \in Z^+ \quad (14)$$

$$z_{ijkw} \geq 0 \quad (15)$$

$$\tilde{z}_{ijw} \in \{0; 1\} \quad (16)$$

$$u_{lm} = u_{l(m-1)} + \sum_{i,r} v_{ilr(m-T_r)} + \sum_{i,r} v'_{ilr(m-T_r)} - \sum_k A_{lk}^s x_{km1}; \quad l = 1, \dots, L; m = M + 1, \dots, M_1 \quad (17)$$

$$p_{km} = \text{const}; m = 1, \dots, 7; k = 1, \dots, K \quad (18)$$

$$\left| \frac{p_{k(m+1)} - p_{km}}{p_{km}} \right| \leq \gamma; m > 7; k = 1, \dots, K \quad (19)$$

$$A_{lk}^{s+1} = \max \left(0, \min \left(A_{lk}^s, A_{lk}^s + \varepsilon_{lk}^{(1)} \right) \right); \varepsilon_{lk}^{(1)} \in [-\alpha^{(1)}, \beta^{(1)}] \quad (20)$$

$$u_{m+1}^{max} = \max \left(u_m^{max}, u_m^{max} + \varepsilon_m^{(2)} \right); \varepsilon_m^{(2)} \in [-\alpha^{(2)}, \beta^{(2)}] \quad (21)$$

$$Q_{nkw} = (\bar{Q}_{nkw} + \varepsilon_{nkw}^{(4)}) \cdot \rho_{nkw}; \varepsilon_{nkw}^{(4)} \in [-\alpha^{(4)}, \beta^{(4)}] \quad (22)$$

$$\rho_{nkw} = \begin{cases} \frac{c^{(2)}}{\left(1 + \sum_{m=(w-1) \cdot 7 + 1}^{w \cdot 7} \frac{(p_{k(m+7)} - p_{km})}{7 \cdot p_{km}} \right)^{c^{(1)}}}, \\ \text{если } \sum_{m=(w-1) \cdot 7 + 1}^{w \cdot 7} \frac{(p_{k(m+7)} - p_{km})}{p_{km}} \geq 0 \\ c^{(2)} \left(1 + \left| \sum_{m=(w-1) \cdot 7 + 1}^{w \cdot 7} \frac{(p_{k(m+7)} - p_{km})}{7 \cdot p_{km}} \right| \right)^{c^{(1)}}, \text{ иначе} \end{cases} \quad (23)$$

$$FC_n \in [\alpha^{(3)}, \beta^{(3)}] \quad (24)$$

$$Z_{ijw} \in [\alpha^{(5)}, \beta^{(5)}] \quad (25)$$

$$c_{ijw} \in [\alpha^{(6)}, \beta^{(6)}] \quad (26)$$

где $\varepsilon_{lk}^{(1)}, \varepsilon_m^{(2)}, FC_n, Z_{ijw}, c_{ijw}$ — равномерно распределенные случайные величины³;

$\varepsilon_{j^*kw}^{(4)}$ — компонента шума⁴ случайной величины $\bar{Q}_{nkw}$ на момент начала недели w на товар k для розничного продавца j^* ;

$$\alpha^g, \beta^g \geq 0; g = 1, \dots, 6;$$

$$\alpha^g, \beta^g \in Z^+; g = 1, \dots, 3.$$

Рассмотрим подробнее выражения (1–26). Цель задачи (1) — найти такое комбинаторное распределение $p, x, v, z, \tilde{z}$ чтобы значение прибыли было максимально. Мониторинг объемов сырья на складе ведется каждый день (2). Любой склад обладает своей максимальной вместительностью (3), и объем поступающего сырья не может его превышать. Поскольку любое производство сопряжено с определенным риском того, что сырье может дойти до склада несколько позже, чем ожидается, введем понятие неприкосновенного (страхового) запаса сырья каждого вида (4). Ограничение (5) утверждает, что объем производства продукции ограничен объемом сырья, имеющегося на складе. Из ограничения (6) следует, что объем накопленной прибыли за каждый день производства не может принимать отрицательное значение. Ограничение (7) говорит о том, что из каждой заявки нельзя купить сырья больше, чем заявлено. Объем входного потока готовой продукции равен выходному потоку (8), иначе говоря, на промежуточных пунктах транспортировки готовой продукции не может оставаться никаких товаров. На граф подается тот объем готовой продукции, который был произведен за рабочую неделю (9). Объем входящего потока готовой продукции в вершины с потребителем не может превосходить его объем спроса (10). Ограничение (11) позволяет отслеживать использование разных дуг графа, по которым ведется транспортировка готовой продукции. Формулы (12) и (13) утверждают, что начальные бюджет компании и объем сырья на складе изначально даны. Формулы (14–16) отражают характер оптимизационных пере-

менных. Ограничение (17) позволяет продолжить формирование вектора закупок сырья, вектора производства, вектора способа доставки товаров с учетом небольшого добавочного периода, если модель будет использоваться в течение нескольких периодов. Формула (18) отражает то, что цены фиксированы на первый день работы предприятия. Формула (19) показывает, что за день цена может меняться не более, чем на $100 \cdot \gamma$ %. Формулы (20–26) отражают стохастический характер изменений, иначе говоря, для каждой реализации таких случайных величин будет определяться оптимальное или субоптимальное решение системы.

Как следует из формул (1–26), модель является нелинейной и стохастической. Полученную задачу, согласно работе [22], можно классифицировать как задачу стохастического программирования с детерминированной целевой функцией и стохастическими ограничениями. Поиск оптимального решения в задачах стохастического программирования нетривиален и всегда требует частного подхода, особенно если целевая функция или ограничения нелинейны [22].

Рассмотрим подходы к решению задачи. Наиболее широко известны такие методы, как метод детерминированного эквивалента (МДЭ), доверительный метод (ДМ) (более известный, как обобщенный минимаксный подход [22–24]) и некоторые другие. МДЭ позволяет уйти от стохастических ограничений к ограничениям детерминированного характера и свести исходную задачу стохастического программирования к задаче «детерминированной» оптимизации, что позволяет расширить инструментарий для решения проблемы. Однако этот метод не всегда можно применить, поскольку основные утверждения, свойственные этому методу, предъявляют достаточно жесткие требования к структуре функции потерь и распределению вектора случайных параметров. В некоторых случаях получается успешно оценить реальное значение функции квантили с помощью некоторой верхней границы доверительной оценки. Поскольку такая оценка представляет собой функцию максимума на соответствующем доверительном множестве, задачу минимизации функции квантили можно заменить на минимаксную задачу, решение которой можно получить численно или аналитически [22, 25].

³ Поскольку природа этих величин неизвестна, делается допущение, что они распределены равномерно

⁴ Под шумом обычно понимается некоторое случайное отклонение

В работе [26] предложена постановка двухэтапной задачи линейного стохастического программирования. Новизна постановки в данной статье состоит в том, что ограничения задачи второго этапа представляют собой линейную задачу дополнительно с детерминированной матрицей компенсации. Введение таких ограничений позволяет получать компенсацию плана на «пределе разрешимости», что обеспечивается условиями дополняющей нежесткости задачи дополнительности.

Исходя из краткого обзора существующих работ, отметим, что задачу (1–26) можно свести к двухэтапной модели, где на первом шаге разыгрываются значения стохастических параметров, фиксируется вектор цен и решается классическая задача смешанно-целочисленного программирования (1–16), а на втором шаге применяются штрафные функции и метод градиентного спуска для изменения вектора цен реализации товаров.

Для решения задачи (1–26) будем проводить итерационный поиск субоптимального решения с использованием двух подзадач – этапов (поиск оптимального плана производства, доставки сырья и товаров и поиск субоптимального вектора цен для реализации товаров).

Этап 1. Решить задачу (2–16) с целевой функцией вида (27):

$$\max_{x,v,z,\tilde{z}} \sum_m \left(\sum_k p_{km} x_{km} - \sum_{i,l,r} c_{ilrm} v_{ilrm} - \sum_{i,j} c_{ijw} \tilde{z}_{ijw} \right), \quad (27)$$

где $x = \{x_{km}\}_{km}$, $v = \{v_{ilrm}\}_{ilrm}$, $z = \{z_{ijkw}\}_{ijkw}$, $\tilde{z} = \{\tilde{z}_{ijw}\}_{ijw}$.

На первой итерации вектор $p = p\{p_{km}\}_{km}$ генерируется случайным образом с заданным начальным условием (18). Значение спроса рассчитывается с использованием (18, 19, 23) (при повторном применении этапа 1 на следующей итерации будут использоваться значения цен, полученные на предыдущей итерации этапа 2). Значения из выражений (20–26) разыгрываются каждую итерацию. Поиск решения задачи осуществляется с использованием алгоритма Гомори, включенного в систему MathWorks⁵.

Этап 2. Для фиксированных значений x_{km} , v_{ilrm} , z_{ijkw} , $\tilde{z}_{ijw}$, полученных на этапе 1, следует решить оптимизационную задачу (10, 22, 23, 28, 29):

$$\max_p \sum_m \left(\sum_k p_{km} x_{km} - \sum_{i,l,r} c_{ilrm} v_{ilrm} - \sum_{i,j} c_{ijw} \tilde{z}_{ijw} \right) \quad (28)$$

$$p_{km^*} \cdot (1 - \gamma) \leq p_{k1+m^*} \leq p_{km^*} \cdot (1 + \gamma);$$

$$m^* = 1, \dots, M - 1 \quad (29)$$

Этап 3. После этапа 2 необходимо проверить значение разности значений прибыли. Повторять последовательно этапы 1 и 2 до тех пор, пока значение прибыли g итераций подряд начнет меняться меньше чем на значение ϵ , выйти из алгоритма.

Как можно заметить, на этапе 1 осуществляется линейная оптимизация: решается задача смешанно-целочисленного линейного программирования. Однако второй этап представляет собой оптимизацию нелинейного функционала. Для поиска оптимального решения воспользуемся градиентным спуском [27, 28] и штрафными функциями [29–31]. Тогда задача (10, 18, 22, 23, 28, 29) примет вид (18, 22, 23, 30–34, 36) с правилом итерирования:

$$F(p) = \sum_m \left(\sum_k p_{km} x_{km} - \sum_{i,l,r} c_{ilrm} v_{ilrm} - \sum_{i,j} c_{ijw} \tilde{z}_{ijw} \right) +$$

$$+ \frac{\lambda^1}{2} [G_1]_-^2 - \lambda^2 G_2 \rightarrow \max_p \quad (30)$$

$$G_1(p, j^*, k, m) = \sum_i z_{ij^*kw} - \left(\bar{Q}_{nkw} + \varepsilon_{j^*kw}^{(4)} \right) \cdot \rho_{nkw}(p) \quad (31)$$

$$G_2(p, k, m) = \frac{(p_{k1+m} - p_{km})_+^2}{2} + \frac{(p_{km} - p_{k1+m})_+^2}{2} \geq 0 \quad (32)$$

$$(p_{k1+m} - p_{km})_+^2 = \begin{cases} (p_{k1+m} - p_{km})^2, \\ \text{если } p_{k1+m} - p_{km} \cdot (1 - \gamma) \leq 0 \\ 0, \text{ иначе} \end{cases} \quad (33)$$

$$(p_{km} - p_{k1+m})_+^2 = \begin{cases} (p_{km} - p_{k1+m})^2, \\ \text{если } p_{km} \cdot (1 + \gamma) - p_{k1+m} \leq 0 \\ 0, \text{ иначе} \end{cases} \quad (34)$$

$$p^{(k+1)} = p^{(k)} - h \nabla F(p^{(k)}) \quad (35)$$

$$[G_1(p, j^*, k, m)]_-^2 = \min \left(0, \left(\sum_i z_{ij^*kw} - \left(\bar{Q}_{nkw} + \varepsilon_{j^*kw}^{(4)} \right) \cdot \rho_{nkw}(p) \right) \right)^2 \quad (36)$$

⁵ MathWorks. Documentation. Mixed-Integer Linear Programming Algorithms: <https://it.mathworks.com/help/optim/ug/mixed-integer-linear-programming-algorithms.html>

где $m = 1, \dots, M$;

$p^{(k)}$ – вектор цен на итерации k ;

h – величина шага;

$\lambda^1 = (\lambda_{j^* km}^1)_{j^* km}$ и $\lambda^2 = (\lambda_{km}^2)_{km}$ – векторы, элементами которых являются большие числа.

Критерием останова будем считать достижение такого значения k , чтобы выполнялось неравенство

$$\nabla F(p^{(k+1)}) - \nabla F(p^{(k)}) \leq \varepsilon.$$

Рассмотрим формулы (30–35) подробнее. Формула (30) – целевая функция со штрафами

$$\frac{\lambda^1}{2} [G_1]_-^2, \lambda^2 G_2.$$

Ограничение (31) отражает разность между доставленным до заказчика объемом продукции и значением спроса того же заказчика. Если значение цены выходит за рамки ограничений (32–34, 36), то целевая функция получает штраф. Формула (35) – правило подсчета вектора цен.

Решение будет стремиться к такому состоянию, когда цены будут удовлетворять ограничениям, а объем заявок на товары будет стремиться к объему доставленной продукции. Последнее позволит увеличить цену до максимума и сократить количество заявок⁶ и издержки при производстве и доставке готовых товаров, что также увеличит значение прибыли до субоптимального значения.

4. Апробация модели

Для апробации модели было выбрано одно из ведущих лесопромышленных предприятий Приморского края. Компания стремится извлечь максимум прибыли из своей деятельности и работать с соблюдением действующего законодательства, поэтому предприятие рассматривает возможность сотрудничества лишь с биржей. Поскольку предприятие пытается только оценить целесообразность сотрудничества с биржей, воспользуемся уже опубликованными данными биржи за весь период. Однако мы сфокусируем внимание на интервале с 01.02.2020

по 31.11.2020, т.к. на нем наблюдается сезонный спад спроса на товары и предложения на рынке сырья. За рассматриваемый период было опубликовано 1509 сделок (заявок). В наибольшей степени на бирже представлены предприятия из четырех регионов: Иркутская область ($r = 1$), Республика Удмуртия ($r = 2$), Московская область ($r = 3$) и Пермский край ($r = 4$). Зная координаты предприятий, можно было бы вести с ними диалог напрямую, минуя биржу. Однако биржа скрывает реальные координаты, поэтому все сделки проводятся через биржу как со стороны покупателя, так и со стороны поставщика.

С официального сайта биржи за указанный период был собран массив следующих данных: цены предлагаемых заявок c_{irm} , объемы заявок v_{ilm} , цены реализации конечных товаров p_{k1} , количество заявок по каждому типу сырья. Кроме того, на основе анализа статистики продаж предприятия будем считать заданным на рассматриваемом горизонте планирования ежедневный спрос каждого вида товара $\sum_n Q_{nkm}^8$.

Для решения транспортного блока и составления матрицы смежности транспортных промежуточных и конечных пунктов воспользуемся картой международных транспортных коридоров железных дорог Евразии⁹. Для оценки пропускной способности воспользуемся данными предприятия.

Основные исходные данные, характеризующие предприятие, представлены в *таблицах 1–3*.

Рассмотрим требования к вычислительной мощности компьютера, с помощью которого предстоит найти решение задачи, и отметим некоторые особенности.

Количество ограничений и переменных составило 10189 и 49779 соответственно. Это позволяет утверждать, что матрица ограничений слабо разрежена, что, в свою очередь, увеличивает время поиска решения. Ввиду этого максимальное количество вершин полиэдрального допустимого множества решений было ограничено 1500 единицами, что крайне мало (но даже для такого числа вершин поиск решений будет весьма долгим).

⁶ Отметим, что мы не можем утверждать об истинности метода расчета коэффициента ρ_{nkv} , хотя он отвечает основным экономическим предположениям о поведении спроса в зависимости от цены. Для прояснения этого вопроса требуются дополнительные исследования

⁷ Причины того, почему лесоперерабатывающие компании часто работают с нарушением законодательства, рассмотрены в работе [19]

⁸ Для будущих исследований в области моделирования процессов производства из области цепей поставок планируется прогнозировать спрос на продукцию производителя на основе данных, имеющихся у предприятия. Что касается данной работы, то здесь был использован зашумленный автором объем спроса за 2020 год и проводилась оценка значений цен по реализации конечных товаров

⁹ <http://www.expresskt.ru/wp-content/uploads/2017/08/Evroaziatskie-transportnye-koridory.pdf>

Таблица 1.

**Основные исходные
параметры предприятия**

Параметры	Значения параметров
$u^{max}, \text{м}^3$	7750
$u_l^{min}, \forall l, \text{м}^3$	50
$u_{l0}, \text{м}^3$	(2250; 2250)
$p_{kl}, k = 1, \dots, 9, \text{тыс. руб.}$	(35; 52,89; 73,4; 83,54; 87,125; 97,47; 111,72; 121,97; 143,4)
$T_r, \text{дни}$	(3; 5; 6; 5)
$B_0, \text{руб}$	20 000 000
h	$\max(150; 1000 - 25 k)$
ρ	1e-02
g	2
λ_{jkm}^1	1e+04
λ_{km}^2	1e+04
c^1	0,5
c^2	1
γ	0,006

Таблица 2.

**Затраты сырья на производство
единицы продукции**

Тип сырья (l) \ номер товара (k)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\sum_k A_{lk}$
1	3	4	5	4	5	5	7	5	9	47
2	2	4	4	6	6	7	6	9	7	51

Таблица 3.

**Диапазоны значения некоторых
случайных величин**

Параметры	Значения	Параметры	Значения
$\alpha^{(1)}$	0,1	$\beta^{(1)}$	10
$\alpha^{(2)}$	100	$\beta^{(2)}$	100
$\alpha^{(3)}$	2 000 000	$\beta^{(3)}$	2 820 000

Для ускорения поиска решения воспользуемся 12-поточным процессором Ryzen 2600x и оперативной памятью объемом 64 Гб, а также методикой параллельного программирования. Поиск решения для каждой задачи на этапе 1 будут вычисляться параллельно, и именно для этого требуется большой объем оперативной памяти. Уточним, что такой объем оперативной памяти требуется лишь на шаге формирования матриц ограничений и целевых функций для разных итераций.

Для вычислений воспользуемся высокоуровневым языком программирования Matlab¹⁰ и функцией из пакета расширения intlinprog для поиска решений задач линейной оптимизации. Для того, чтобы ускорить процесс поиска решений мы специально не накладывали целочисленное ограничение на переменные z . Это не повлияет на корректность решения задачи, т.к. в теории транспортной задачи доказывается, что решение такой подзадачи всегда является целочисленным [21].

5. Обсуждение

Рассмотрим поведение прибыли на всем горизонте планирования (рисунок 1). Как видно из рисунка, значение прибыли изменялось немонотонно. Это связано с тем, что на каждом шаге разыгрывались случайные величины (20, 21, 24–26) и $\varepsilon_{jkw}^{(4)}$ – компонента шума спроса на товары. Последний элемент особенно сильно влиял на конечное значение объема спроса на товары, что, в свою очередь, отражалось на показателе прибыли.



Рис. 1. Визуализация изменения показателя прибыли в зависимости от значения цены $p^{(k)}$ на итерации k

¹⁰ <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/intlinprog.html>

Последнее значение прибыли (после срабатывания критерия останова) было разыграно четыре раза, чтобы понять примерный разброс этого значения в зависимости от реализаций случайных величин.

При тестировании финального решения удалось заметить следующее. Поведение накопленной прибыли в трех из четырех случаев стабилизируется (особенно хорошо это можно наблюдать при анализе поведения прибыли по дням). Сложным с точки зрения принятия решения является промежуток между первым и восьмидесятым днями горизонта планирования. Сложность заключается в том, чтобы подобрать такие значения векторов p , x , v , z , $\tilde{z}$, чтобы значения прибыли были положительными.

Отметим, что по коммерческим причинам мы не можем отразить спрос $\dot{Q}_{j^{*}kw}$, однако, можно заметить, что спрос имеет убывающую к лету тенденцию, а после лета — тенденцию к росту.

Также заметим, что выдвинутая гипотеза о повышении значения прибыли за счет увеличения цены и, как следствие, сокращения объемов поступивших заявок на товары при взаимодействии с товарно-сырьевой биржей как источником сырья для производства, подтверждается.

Аналогичная тенденция наблюдается и в части предложения сырья типов 1 и 2 на бирже. Это связано с тем, что летом многие места добычи сырья труднодоступны ввиду заболоченности и сложной проходимости [21]. Однако, значения предложения сырья не сильно различаются по месяцам, что связано с нарушением законодательства в области лесопользования [21]. Можно сделать вывод, что объем покупок на бирже незначителен относительно предложения, что, в свою очередь, не приводит к резкому росту цен и нехватке сырья для производства. Иначе говоря, биржа может полностью обеспечить предприятие всеми необходимыми видами и объемами сырья без особой дополнительной нагрузки.

Падение спроса на товары и предложения сырья ведет к сложной управленческой ситуации на производстве — нет четкого понимания, как действовать так, чтобы выполнялось условие о положительном значении накопленной прибыли за каждый день в течение всего горизонта планирования. Если данное условие не будет выполняться, то необходимо ставить вопрос о привлечении инвестиций, что значительно усложняет исходную задачу.

Рассмотрим объемы закупок сырья по регионам. Несмотря на транспортную близость Иркутской области к Приморскому краю, где находится предприятие, и несмотря на максимальный объем предложения на бирже сырья из Иркутской области, предпочтение было отдано закупкам из Республики Удмуртия ($\approx 40\%$) и Московской области ($\approx 30\%$). Это сильно отличается от результатов закупок, показанных в работе [21], где Иркутская область доминирует в поставках сырья. Это связано с тем, что в текущей работе дополнительно принимаются во внимание факторы изменения цен на конечную продукцию, решается транспортная подзадача и предусматривается возможность выбора объема сырья из заявки с биржи¹¹. Влияние этих трех факторов на изменение объемов закупок предполагается рассмотреть в последующих работах.

Рассмотрим объемы производства отдельных видов продукции. Товар типа 9 является наиболее ходовым. Кроме того, для этого товара можно наблюдать отличие от общей тенденции: чем ближе к лету, тем выше спрос. Вероятно, это можно объяснить тем, что цена на этот товар наибольшая, а отношение затрат к выручке наименьшая по сравнению с аналогичными показателями других видов продукции.

Что касается товара 8, то его производство с февраля по апрель растет, а после апреля падает.

Сложную динамику изменения объемов производства демонстрирует товар 7. До сентября месяца сложно утверждать о характере изменения объемов производства этого товара, но можно с уверенностью сказать, что этот тип товара должен производиться в значительных объемах в сентябре и октябре, после выхода из сезонного спада спроса.

С высокой долей уверенности можно утверждать, что целесообразность его производства товара 6 крайне мала.

Также сложную для анализа динамику изменения объемов производства демонстрируют товары 1–5. Несмотря на то, что они часто производятся, их объемы на общем фоне производства других товаров незначительны.

Рассмотрим ситуацию, которая происходила на складе за время производства. Введем оператор $ave(X)$, результатом которого является среднее

¹¹ В работе [19] рассмотрен другой метод игры на бирже, когда заявку можно выкупить только целиком

значение X на всех итерациях. Здесь можно заметить, что амплитуда запасов сырья на складе значительная для каждой итерации. Это позволяет утверждать, что степень сложности процесса планирования производства существенно зависит от процедуры пополнения склада сырьем. Здесь стоит отметить, что в среднем результаты работы модели показывают, что степень наполненности склада выше 50%. Это связано с тем, что летом стоимость сырья растет, а ближе к холодным периодам (зима, поздняя осень и ранняя весна) падает. Результаты моделирования показывают, что для того, чтобы не закупать сырье летом по завышенной цене, им следует запастись несколько раньше.

В середине апреля и июня можно наблюдать, что в среднем объем запаса сырья на складе достигает своего пика u_m^{max} , и что почти каждый день (97%) на всем горизонте планирования ведется закупка и поступления сырья на склад, что в совокупности также осложняет процесс планирования запасов.

Рассмотрим транспортную подзадачу (рисунок 2). Здесь черным цветом обозначены те маршруты, по которым отношение количества транспортируемых товаров к пропускной способности дуги превышает 66,67%. Для маршрутов, выделенных серым и пунктиром, эти коэффициенты выше 33,33% и ниже 66,67%.

Главные пути лежат через пункты $1 \rightarrow 2 \rightarrow 6$ в пункт 10, а также из пункта 1 в пункт 8: $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 8$. Для случая с вершиной 9 ситуация несколько иная. Тут два потока сливаются в один: это часть вышеупомянутого потока $1 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 9$ и $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 9$, где в среднем на второй поток приходится 65,71% грузооборота для вершины 9.

Однако есть и другие маршруты, которые используются реже ($2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 3$, $6 \rightarrow 7$, $5 \rightarrow 6$, $5 \rightarrow 4$). Эти маршруты используются очень редко, их средняя степень заполняемости не превосходит 0,56%. Это в основном связано с тем, что эти маршруты не находятся на пути к конечному покупателю. Отметим, что существует и более существенные по степени заполняемости маршруты. Среди них стоит рассмотреть $6 \rightarrow 5$, $5 \rightarrow 7$, $7 \rightarrow 10$. Здесь дуги графа используются ввиду того, что основные маршруты не справляются с потоком грузов.

Главной задачей данного исследования является выявление того, как будет меняться цена на каждый вид товара из расчета, чтобы при решении задачи (1–16) финальное значение прибыли было максимальным. Для этого рассмотрим рисунки из онлайн-приложения¹².

Для товара любого типа, кроме первого и девятого, характерен стабильный рост цены, что в контексте (22, 23) означает, что за счет повышения

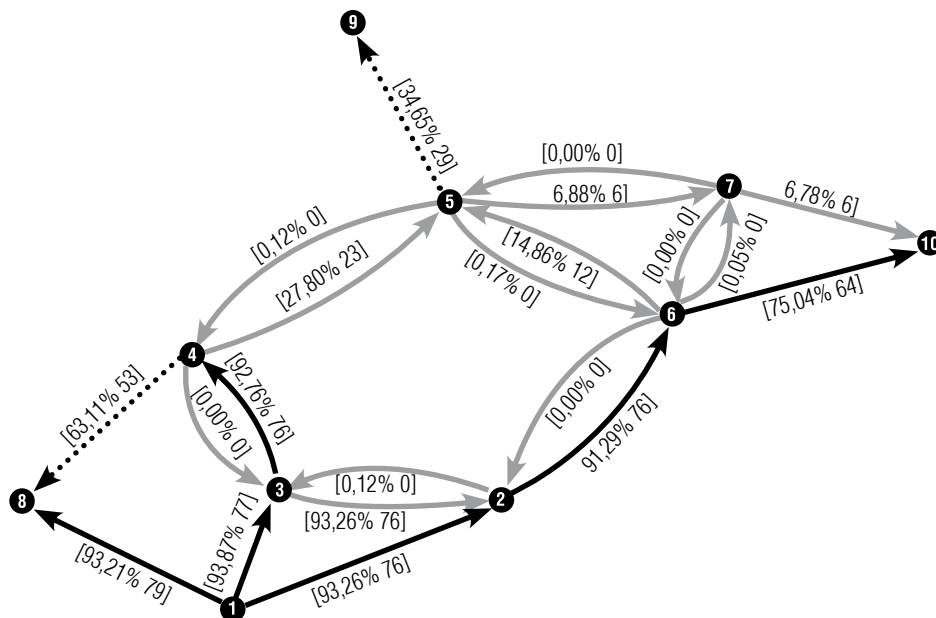


Рис. 2. Визуализация графа железнодорожных маршрутов с пометками о средней степени «наполненности» дуг на всем горизонте планирования

¹² <https://drive.google.com/drive/folders/1DM2YsxBHPOZLvaTHjbmP8GK3cVaDfDa5?usp=sharing>

цены достигается уменьшение избыточного объема спроса на товары и, как следствие, увеличивается значение конечной прибыли. Для товаров первого и девятого типов ситуация несколько иная. Для первого типа товара объем спроса уменьшается на всем летнем промежутке ввиду явного роста цен, а для девятого наблюдается рост цены, который стабилизируется по мере приближения к зимнему периоду. Природу этих выпадающих из правила наблюдений предполагается изучить дополнительно.

Рассмотрим положительные и отрицательные стороны модели и двухэтапной схемы оптимизации.

К положительным сторонам модели можно отнести относительную концептуальную простоту исследования в части моделирования и этапов оптимизации. Все алгоритмы и методы, применяемые на этих этапах, достаточно хорошо исследованы. В литературе также описаны многие модификации их вариантов, что имеет большое значение для дальнейших исследований, направленных на сокращение времени расчета и повышения точности полученных решений.

Также отметим, что данная модель комплексно охватывает довольно большой перечень проблем предприятия, что позволяет находить решения более близкие к истинному оптимальному.

К отрицательным сторонам модели отнесем несколько моментов. Сложно утверждать о скорости сходимости данного метода при больших выборках и большой размерности задачи. Вероятно, для больших выборок или для большей размерности задачи потребуются воспользоваться численными или эвристическими алгоритмами.

Высокие требования к компьютеру в совокупности с вычислительной сложностью задачи делает нетривиальным процесс отладки программ в случае слабой компьютерной базы и значительно повышает барьер практического внедрения результатов исследования.

Исходя из ограничений и положительных сторон результатов исследования, рассмотрим направления совершенствования модели и метода поиска решений.

На шаге 1 двухэтапной оптимизации имеет смысл пользоваться робастным смешано-целочисленным линейным программированием [24] ввиду стохастичности многих переменных, что должно позволить ускорить поиск решения. Идея этого метода

заключается в том, чтобы выявить общие для всех итераций ограничения (детерминированные ограничения) и, в сочетании с некоторыми преобразованиями всех оставшихся линейных стохастических ограничений, найти решение задачи за малое число итераций. Это позволит значительно сократить время на поиск решения и объем используемой оперативной памяти.

Выдвинутые нами предположения о том, какие товары должны в будущем входить в том или ином объеме в план производства (исходя из рисунка 2) необходимо в дальнейшем тестировать с применением разработанной схемы поиска решения.

Необходимо заменить процесс разыгрывания случайных величин на дифференциальные или другие виды выражений, т.к. в противном случае это потребует большого объема вычислений, что в свою очередь скажется на времени генерации матриц ограничений и целевых функций для каждой итерации. После такой замены будет необходимо воспользоваться или эвристикой, или численными методами. Как скажется такой вид замены на задачах большой размерности утверждать сложно, необходимо проводить дополнительные исследования.

Имеет смысл подключить другие виды производственных процессов к модели оценки целесообразности взаимодействия предприятия с лесной товарно-сырьевой биржей для получения более точных результатов.

Следует отметить, что транспортировка готовой продукции и сырья по железной дороге в реальности не носит детерминированный характер. Это особенно ярко проявляется по мере приближения к зимнему периоду, когда пропускная способность падает ввиду повышения спроса на перевозки других товаров и типов сырья (например, топлива). В будущем имеет смысл добавить случайные величины, описывающие пройденное расстояние в течение какого-либо периода для получения более точного решения. Однако рассмотрение дополнительных факторов транспортировки повлечет увеличение времени расчетов и неопределенности в алгоритме поиска решений.

Данную модель представляется возможным использовать и для планирования производства на перспективу, но в таком случае необходимо задуматься о качественном проведении прогноза ситуации на рынке или на бирже сырьевой направленности. Для получения более точных решений также

имеет смысл рассмотреть возможность применения глубокого обучения нейронных сетей (или обучения с подкреплением) на стадии закупки сырья, в зависимости от того, как будет складываться ситуация на рынке сырья.

Заключение

В работе представлена модель решения задачи формирования устойчивых цепей поставок и ценовой политики предприятия лесопромышленной отрасли. Модель позволяет максимизировать значение доналоговой прибыли и представляет собой задачу математического программирования, отличающуюся комплексной возможностью одновременного учета производственных норм потребления сырья для выпуска конечной продукции, формирования вектора закупок сырья на товарно-сырьевой бирже, формирования вектора объемов транспортировки готовой продукции по транспортному графу и формирования ценовой политики предприятия. Результаты реализации модели включают структуру производства, последовательность закупки производством сырья на товарно-сырьевой бирже, последовательность транспортировки конечной продукции покупателям, а также значение прибыли за каждый день работы предприятия и вектор цен на рассматриваемом горизонте планирования. Процесс поиска субоптимального решения задачи усложняет ее большая размерность, целочисленные ограничения и быстро растущая нагрузка на оперативную память.

Для решения такой задачи была разработана двухэтапная схема оптимизации, состоящая из шагов с линейной оптимизацией и градиентным спуском. В работе реализован двухступенчатый метод Гомори на первом шаге двухэтапной оптимизации. С практической точки зрения модель представляет собой инструмент, позволяющий сформировать субоптимальный план производства на основе производственных факторов и объемов предложений сырья на товарно-сырьевой бирже, а также план транспортировки конечной продукции покупателям на всем горизонте планирования. В услови-

ях отсутствия возможности привлечения капитала модель позволяет находить субоптимальное решение, позволяющее предприятию избегать кассового разрыва.

Апробация модели проведена на примере лесоперерабатывающего комплекса из Приморского края. На основе проведенных расчетов и найденного решения сформулированы рекомендации для управляющего звена компании по сотрудничеству с товарно-сырьевой биржей России. Анализ решения показал, что, несмотря на территориальную близость Иркутской области к Приморскому краю, стоит обратить внимание на покупку сырья из Московской области и Республики Удмуртия. Это объясняется двумя причинами: достаточный потенциалом в части добываемого сырья и более приемлемой ценовой политикой лесодобывающих предприятий. Проведен краткий анализ возможных объемов производства продукции каждого типа. Из анализа следует, что производство большинства типов товаров не является целесообразным. В целом расчеты позволяют сделать вывод о возможности рациональных закупок сырья на товарно-сырьевой бирже России.

Для анализа качественно более сложных бизнес-процессов предприятия представляется целесообразной модификация модели путем введения вероятностных экономико-производственных факторов. Однако в этом случае остается открытым вопрос о методе решения усложненной задачи. Также имеет смысл рассмотреть возможности ускорения поиска решений. ■

Благодарности

Автор выражает благодарность Образовательному центру НТУ «Сириус» за возможность использования компьютерной базы для проведения апробации модели, а также доценту Московского физико-технического института (МФТИ), профессору НИУ ВШЭ, д.ф.-м.н. Гасникову Александру Владимировичу ценные рекомендации в области численной оптимизации.

Литература

1. Pessoa M.V.P., Becker J.M.J. Smart design engineering: a literature review of the impact of the 4th industrial revolution on product design and development // *Research in Engineering Design*. 2020. No 31. P. 175–195. DOI: 10.1007/s00163-020-00330-z.
2. Park S.H., Shin W.S., Park Y.H., Lee Y. Building a new culture for quality management in the era of the Fourth Industrial Revolution // *Total Quality Management & Business Excellence*. 2017. Vol. 28. No 9–10. P. 934–945. DOI: 10.1080/14783363.2017.1310703.

3. Optimization in supply chain management, the current state and future directions: A systematic review and bibliometric analysis / M. Movahedipour [et al.] // *Journal of Industrial Engineering and Management*. 2016. Vol. 9. No 4. P. 933–963. DOI: 10.3926/jiem.2035.
4. Bibliometric and visualized analysis of energy research / D. Chen [et al.] // *Ecological Engineering*. 2016. Vol. 90. P. 285–293. DOI: 10.1016/j.ecoleng.2016.01.026.
5. Fahimnia B., Sarkis J., Davarzani H. Green supply chain management: A review and bibliometric analysis // *International Journal of Production Economics*. 2015. Vol. 162. No 101–114. DOI: 10.1016/j.ijpe.2015.01.003.
6. Economic and environmental assessment of reusable plastic containers: A food catering supply chain case study / R. Accorsi [et al.] // *International Journal of Production Economics*. 2014. Vol. 152. P. 88–101. DOI: 10.1016/j.ijpe.2013.12.014.
7. Nooraie S.V., Parast M.M. Mitigating supply chain disruptions through the assessment of trade-offs among risks, costs and investments in capabilities // *International Journal of Production Economics*. 2016. Vol. 171. Part 1. P. 8–21. DOI: 10.1016/j.ijpe.2015.10.018.
8. Research on intelligent decision of low carbon supply chain based on carbon tax constraints in human-driven edge computing / Z. Liu [et al.] // *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. P. 48264–48273. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.2978911.
9. Рогулин Р.С., Мазелис Л.С. Алгоритм и математическая модель формирования устойчивых цепочек поставок древесного сырья из регионов России: сравнение и анализ // *Вестник Пермского университета. Сер. «Экономика»*. 2020. Т. 15. № 3. С. 385–404. DOI: 10.17072/1994-9960-2020-3-385-404.
10. A stakeholder oriented approach to the optimization of transports of people with disabilities / O. Tellez [et al.] // *Supply Chain Forum: An International Journal*. 2020. Vol. 21. No 2. P. 93–102. DOI: 10.1080/16258312.2020.1768435.
11. Scavarda L.F., Reichhart A., Hamacher S., Holweg M. Managing product variety in emerging markets // *International Journal of Operations and Production Management*. 2010. Vol. 30. No 2. P. 205–224.
12. Billal M., Hossain M. Multi-objective optimization for multi-product multi-period four echelon supply chain problems under uncertainty // *Journal of Optimization in Industrial Engineering*. 2020. Vol. 13. No 1. P. 1–17. DOI: 10.22094/JOIE.2018.555578.1529.
13. Optimization of energy sustainability index for bio diesel supply network design / J. Ren [et al.] // *Energy Conversion and Management*. 2015. Vol. 92. P. 312–321. DOI: 10.1016/j.enconman.2014.12.066.
14. Cardona-Valdés Y., Alvarez A., Ozdemir D. A bi-objective supply chain design problem with uncertainty // *Transportation Research. Part C: Emerging Technologies*. 2011. Vol. 19. No 5. P. 821–832. DOI: 10.1016/j.trc.2010.04.003.
15. El-Sayed M., Afia N., El-Kharbotly A. A stochastic model for forward–reverse logistics network design under risk // *Computer & Industrial Engineering*. 2010. Vol. 58. P. 423–431. DOI: 10.1016/j.cie.2008.09.040.
16. Schutz P., Tomasgard A., Ahmed S. Supply chain design under uncertainty using sample average approximation and dual decomposition // *European Journal of Operational Research*. 2009. Vol. 199. No 2. P. 409–419.
17. Chen C.-L., Lee W.C. Multi-objective optimization of multi-echelon supply chain networks with uncertain product demands and prices // *Computers and Chemical Engineering*. 2004. Vol. 28. No 6–7. P. 1131–1144. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2003.09.014.
18. Georgiadis M.C., Tsiakis P., Longinidis P., Sofioglou M.K. Optimal design of supply chain networks under uncertain transient demand variations // *Omega*. 2011. Vol. 39. No 3. P. 254–272.
19. Wang K.-J., Makond B., Liu S.-Y. Location and allocation decisions in a two-echelon supply chain with stochastic demand – A genetic-algorithm based solution // *Expert Systems with Application*. 2011. Vol. 38. No 5. P. 6125–6131. DOI: 10.1016/j.eswa.2010.11.008.
20. Olivares-Benitez E., González-Velarde J.L., Ríos-Mercado R.Z. A supply chain design problem with facility location and bi-objective transportation choices // *TOP*. 2012. No 20. P. 729–753. DOI: 10.1007/s11750-010-0162-8.
21. Rogulin R.S. A model for optimizing plans for procurement of raw materials from regions of Russia in a timber-processing enterprise // *Business Informatics*. 2020. Vol. 14. No 4. P. 19–35. DOI: 10.17323/2587-814X.2020.4.19.35.
22. Кан Ю.С., Кибзун А.И. Задачи стохастического программирования с вероятностными критериями. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.
23. Кибзун А.И., Лебедев А.А., Малышев В.В. О сведениях задачи с вероятностными ограничениями к эквивалентной минимаксной // *Известия АН СССР. Техническая кибернетика*. 1984. № 4. С. 73–80.
24. Кибзун А.И., Малышев В.В. Обобщенный минимаксный подход к решению задач с вероятностными ограничениями // *Известия АН СССР. Техническая кибернетика*. 1984. № 1. С. 20–29.
25. Федоров В.В. Численные методы максимина. М.: Наука, 1979.
26. Канаева О.Н. Двухэтапная задача нелинейного стохастического программирования с детерминированной матрицей компенсации // *Математические структуры и моделирование*. 2004. № 14. С. 25–33.
27. Ozturk M.M., Cankaya I.A., Ipekci D. Optimizing echo state network through a novel Fisher maximization based stochastic gradient descent // *Neurocomputing*. 2020. Vol. 415. P. 215–224. DOI: 10.1016/j.neucom.2020.07.034.
28. Kennedy R.K.L., Khoshgoftaar T.M., Villanustre F., Humphrey T. A parallel and distributed stochastic gradient descent implementation using commodity clusters // *Journal of Big Data*. 2019. Vol. 6. Article no 16. DOI: 10.1186/s40537-019-0179-2.
29. Hassan M., Baharum A., Ali M.K.M. Logarithmic penalty function method for invex multi-objective fractional programming problems // *Journal of Taibah University for Science*. 2020. Vol. 14. No 1. P. 211–216. DOI: 10.1080/16583655.2020.1715051.
30. Price C.J. Direct search nonsmooth constrained optimization via rounded l_1 penalty functions // *Optimization Methods and Software*. 2020. DOI: 10.1080/10556788.2020.1746961.
31. Huang S., Li G., Ben-Awuah E., Afum B.O., Hu N. A robust mixed integer linear programming framework for underground cut-and-fill mining production scheduling // *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*. 2020. Vol. 34. No 6. P. 397–414. DOI: 10.1080/17480930.2019.1576576.

Об авторе**Роголин Родион Сергеевич**

аспирант кафедры математики и моделирования, Владивостокский государственный университет экономики и сервиса, 690014, г. Владивосток, ул. Гоголя, д. 41;

ассистент кафедры прикладной математики, механики, управления и программного обеспечения, Дальневосточный федеральный университет, 690922, Приморский край, остров Русский, п. Аякс, д. 10;

E-mail: rafassiaofusa@mail.ru

ORCID: 0000-0002-3235-6429

A mathematical model for the formation of the pricing policy and the plan of the production and transport system in a timber-processing enterprise

Rodion S. Rogulin

E-mail: rafassiaofusa@mail.ru

Vladivostok State University of Economics and Service

Address: 41, Gogolya Street, Vladivostok 690014, Russia

Far Eastern Federal University

Address: 10, Ajax Bay, Russky Island, Vladivostok 690922, Russia

Abstract

The formation of supply chains for raw materials is closely related to production problems involving the determination of prices for sold goods. The question often arises about the need to study the sources of raw materials and the methodology for pricing the goods produced, taking into account a large number of external aspects of the market. Often, only particular approaches to solving production problems are considered in the literature, and methods for solving the complex problem of forming supply chains for raw materials and pricing are poorly developed. This paper presents a mathematical model that makes it possible to assess the feasibility of interaction between a timber industry enterprise and a commodity exchange, with the daily formation of a price vector over the entire planning horizon. A two-stage algorithm for finding a suboptimal solution is considered, which at the first stage is based on linear optimization, and at the second, on gradient descent with the use of penalty functions. The model was tested on the data of the commodity and raw materials exchange of Russia and one of the enterprises of the Primorsky Territory. The result of testing was the volume of production of each type of product over the entire planning horizon, the volume of delivery of raw materials from regions to enterprises, as well as the methods of delivery of goods to the consumer and the policy of pricing. It is shown that almost all goods should increase in price due to a reduction in the excess volume of applications (demand) over the entire planning horizon, with the exception of two types of products. It is noted that the exchange can provide the necessary volume of raw materials for high-capacity production, which demonstrates the possibility, if necessary, to increase the volume of raw materials purchases. It is shown which goods will be included in the release plan more often than others when optimizing the price vector. The ways of delivery of final types of products are analyzed. The disadvantages and advantages of the mathematical model and algorithm are presented.

Key words: price policy; optimization of production; transport task; timber industry; commodity and raw materials exchange; supply chain; output.

Citation: Rogulin R. (2021) A mathematical model for the formation of the pricing policy and the plan of the production and transport system in a timber-processing enterprise. *Business Informatics*, vol. 15, no 3, pp. 60–77. DOI: 10.17323/2587-814X.2021.3.60.77

References

1. Pessoa M.V.P., Becker J.M.J. (2020) Smart design engineering: a literature review of the impact of the 4th industrial revolution on product design and development. *Research in Engineering Design*, no 31, pp. 175–195. DOI: 10.1007/s00163-020-00330-z.
2. Park S.H., Shin W.S., Park Y.H., Lee Y. (2017) Building a new culture for quality management in the era of the Fourth Industrial Revolution. *Total Quality Management & Business Excellence*, vol. 28, no 9–10, pp. 934–945. DOI: 10.1080/14783363.2017.1310703.
3. Movahedipour M., Yang M., Zeng J., Wu X., Salam S. (2016) Optimization in supply chain management, the current state and future directions: A systematic review and bibliometric analysis. *Journal of Industrial Engineering and Management*, vol. 9, no 4, pp. 933–963. DOI: 10.3926/jiem.2035.
4. Chen D., Liu Z., Luo Z., Webber M., Chen J. (2016). Bibliometric and visualized analysis of energy research. *Ecological Engineering*, vol. 90, pp. 285–293. DOI: 10.1016/j.ecoleng.2016.01.026.
5. Fahimnia B., Sarkis J., Davarzani H. (2015) Green supply chain management: A review and bibliometric analysis. *International Journal of Production Economics*, vol. 162, no 101–114. DOI: 10.1016/j.ijpe.2015.01.003.
6. Accorsi R., Cascini A., Cholette S., Manzini R., Mora C. (2014) Economic and environmental assessment of reusable plastic containers: A food catering supply chain case study. *International Journal of Production Economics*, vol. 152, pp. 88–101. DOI: 10.1016/j.ijpe.2013.12.014.
7. Nooraie S.V., Parast M.M. (2016) Mitigating supply chain disruptions through the assessment of trade-offs among risks, costs and investments in capabilities. *International Journal of Production Economics*, vol. 171, part 1, pp. 8–21. DOI: 10.1016/j.ijpe.2015.10.018.
8. Liu Z., Hu B., Zhao Y., Lang L., Guo H., Florence K., Zhang S. (2020) Research on intelligent decision of low carbon supply chain based on carbon tax constraints in human-driven edge computing. *IEEE Access*, vol. 8, pp. 48264–48273. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.2978911.
9. Rogulin R.S., Mazelis L.S. (2020) Algorithm and mathematical model of supply chain management for raw wood from the regions in Russia: comparison and analysis. *Perm University Herald. Economy*, vol. 15, no 3, pp. 385–404 (in Russian). DOI: 10.17072/1994-9960-2020-3-385-404.
10. Tellez O., Daguet L., Lehuédé F., Monteiro T., Montoya G.O., Péton O., Vercraene S. (2020) A stakeholder oriented approach to the optimization of transports of people with disabilities. *Supply Chain Forum: An International Journal*, vol. 21, no 2, pp. 93–102. DOI: 10.1080/16258312.2020.1768435.
11. Scavarda L.F., Reichhart A., Hamacher S., Holweg M. (2010) Managing product variety in emerging markets. *International Journal of Operations and Production Management*, vol. 30, no 2, pp. 205–224.
12. Billal M., Hossain M. (2020) Multi-objective optimization for multi-product multi-period four echelon supply chain problems under uncertainty. *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, vol. 13, no 1, pp. 1–17. DOI: 10.22094/JOIE.2018.555578.1529.
13. Ren J., Tan S., Yang L., Goodsite M.E., Pang C., Dong L. (2015) Optimization of emergy sustainability index for bio diesel supply network design. *Energy Conversion and Management*, vol. 92, pp. 312–321. DOI: 10.1016/j.enconman.2014.12.066.
14. Cardona-Valdés Y., Alvarez A., Ozdemir D. (2011) A bi-objective supply chain design problem with uncertainty. *Transportation Research. Part C: Emerging Technologies*, vol. 19, no 5, pp. 821–832. DOI: 10.1016/j.trc.2010.04.003.
15. El-Sayed M., Afia N., El-Kharbotly A. (2010) A stochastic model for forward–reverse logistics network design under risk. *Computer & Industrial Engineering*, vol. 58, pp. 423–431. DOI: 10.1016/j.cie.2008.09.040.
16. Schutz P., Tomasgard A., Ahmed S. (2009) Supply chain design under uncertainty using sample average approximation and dual decomposition. *European Journal of Operational Research*, vol. 199, no 2, pp. 409–419.
17. Chen C.-L., Lee W.C. (2004) Multi-objective optimization of multi-echelon supply chain networks with uncertain product demands and prices. *Computers and Chemical Engineering*, vol. 28, no 6–7, pp. 1131–1144. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2003.09.014.
18. Georgiadis M.C., Tsiakis P., Longinidis P., Sofioglou M.K. (2011) Optimal design of supply chain networks under uncertain transient demand variations. *Omega*, vol. 39, no 3, pp. 254–272.
19. Wang K.-J., Makond B., Liu S.-Y. (2011) Location and allocation decisions in a two-echelon supply chain with stochastic demand – A genetic-algorithm based solution. *Expert Systems with Application*, vol. 38, no 5, pp. 6125–6131. DOI: 10.1016/j.eswa.2010.11.008.
20. Olivares-Benitez E., González-Velarde J.L., Ríos-Mercado R.Z. (2012) A supply chain design problem with facility location and bi-objective transportation choices. *TOP*, no 20, pp. 729–753. DOI: 10.1007/s11750-010-0162-8.
21. Rogulin R.S. (2020) A model for optimizing plans for procurement of raw materials from regions of Russia in a timber-processing enterprise. *Business Informatics*, vol. 14, no 4, pp. 19–35. DOI: 10.17323/2587-814X.2020.4.19.35.
22. Kan Yu.S., Kibzun A.I. (2009) *Stochastic programming problems with probabilistic criteria*. Moscow: FIZMATLIT (in Russian).
23. Kibzun A.I., Lebedev A.A., Malyshev V.V. (1984) On reducing a problem with probabilistic constraints to an equivalent minimax. *Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Engineering Cybernetics*, no 4, pp. 73–80 (in Russian).
24. Kibzun A.I., Malyshev V.V. (1984) Generalized minimax approach to solving problems with probabilistic constraints. *Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Engineering Cybernetics*, no 1, pp. 20–29 (in Russian).
25. Fedorov V.V. (1979) *Numerical methods of maximin*. Moscow: Nauka (in Russian).

26. Kanaeva O.N. (2004) A two-stage nonlinear stochastic programming problem with a deterministic compensation matrix. *Mathematical Structures and Modeling*, no 14, pp. 25–33 (in Russian).
27. Ozturk M.M., Cankaya I.A., Ipekci D. (2020) Optimizing echo state network through a novel Fisher maximization based stochastic gradient descent. *Neurocomputing*, vol. 415, pp. 215–224. DOI: 10.1016/j.neucom.2020.07.034.
28. Kennedy R.K.L., Khoshgoftaar T.M., Villanustre F., Humphrey T. (2019) A parallel and distributed stochastic gradient descent implementation using commodity clusters. *Journal of Big Data*, vol. 6, article no 16. DOI: 10.1186/s40537-019-0179-2.
29. Hassan M., Baharum A., Ali M.K.M. (2020) Logarithmic penalty function method for invex multi-objective fractional programming problems. *Journal of Taibah University for Science*, vol. 14, no 1, pp. 211–216, DOI: 10.1080/16583655.2020.1715051.
30. Price C.J. (2020) Direct search nonsmooth constrained optimization via rounded l_1 penalty functions. *Optimization Methods and Software*. DOI: 10.1080/10556788.2020.1746961.
31. Huang S., Li G., Ben-Awuah E., Afum B.O., Hu N. (2020) A robust mixed integer linear programming framework for underground cut-and-fill mining production scheduling. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, vol. 34, no 6, pp. 397–414. DOI: 10.1080/17480930.2019.1576576.

About the author

Rodion S. Rogulin

Doctoral Student, Department of Mathematics and Modeling, Vladivostok State University of Economics and Service, 41, Gogolya Street, Vladivostok 690014, Russia;

Assistant Professor, Department of Applied Mathematics, Mechanics, Control and Software, Far Eastern Federal University, 10, Ajax Bay, Russky Island, Vladivostok 690922, Russia;

E-mail: rafassiaofusa@mail.ru

ORCID: 0000-0002-3235-6429