О современных тенденциях в подготовке школьников к математическим олимпиадам

Н. Х. Агаханов, О. Г. Марчукова, О. К. Подлипский

Статья поступила в редакцию в сентябре 2021 г.

Агаханов Назар Хангельдыевич — кандидат физико-математических наук, доцент Московского физико-технического института, председатель центральной предметно-методической комиссии по математике Всероссийской олимпиады школьников, член координационного совета Международной математической олимпиады. Адрес: 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9. E-mail: nazar_ag@mail.ru (контактное лицо для переписки)
Марчукова Ольга Григорьевна — кандидат педагогических наук, старший преподаватель кафедры педагогики и психологии Тюменского областного государственного института развития регионального образования. Адрес: 625000, Тюмень, ул. Советская, 56. E-mail: vera-nadegda@bk.ru
Подлипский Олег Константинович — кандидат физико-математических наук, доцент Московского физико-технического института, заместитель председателя центральной предметно-методической комиссии по математике Всероссийской олимпиады школьников. Адрес: 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9. E-mail: ok@phystech.edu

Аннотация

В статье прослеживается путь развития отечественной образовательной практики в подготовке школьников к математическим олимпиадам со второй половины XX в. до настоящего времени. Эволюция олимпиадной подготовки показана в контекстах социокультурных трансформаций и изменений дидактического знания эпохи постиндустриализма. Ретроспективный анализ значительного массива эмпирических данных (организационные схемы и содержание всесоюзных и всероссийских олимпиад школьников по математике 1974–2021 гг., Международной математической олимпиады 1994–2021 гг.) выявил тенденции в развитии олимпиадного движения по математике, в частности изменения инфраструктуры системы математических олимпиад, целей и содержания олимпиадных задач, культуры создания олимпиадных задач, ценностно-смысловой ориентации математических олимпиад.

Анализ изменений позволил обосновать недостаточность широко распространенной как в российском, так и в международном опыте когнитивно-репродуктивной технологии подготовки школьников, в основе которой лежат тематический принцип отбора содержания заданий и трансляция образцов их решения. Авторы показывают несоответствие такой технологии целям современных математических соревнований.

Сегодня актуальным является выявление потенциала математического творчества в решении задач полидисциплинарных сфер профессиональной деятельности. Цель подготовки к современным олимпиадам авторы видят не только в овладении школьниками совокупностью методов решения олимпиадных задач, но и в формировании у них навыков выявления логической структуры задачи, на основании которой выбирается метод решения. Тезис о возможности систематизации олимпиадных задач по логической структуре их решений подкрепляется соответствующей классификацией методов решения олимпиадных задач.

Ключевые слова математические олимпиады, дидактическое знание, подготовка школьников к математическим олимпиадам, методы решения олимпиадных задач, методическая подготовка педагога.

Для цитирования Агаханов Н. Х., Марчукова О. Г., Подлипский О. К. (2021) О современных тенденциях в подготовке школьников к математическим олимпиадам // Вопросы образования / Educational Studies Moscow. № 4. С. 266–284. https://doi.org/10.17323/1814-9545-2021-4-266-284

On the Current Trends in Math Olympiad Training for School Students

N. K. Agakhanov, O. G. Marchukova, O. K. Podlipskii

Nazar K. Agakhanov, Candidate of Sciences in Mathematical Physics, Associate Professor, Moscow Institute of Physics and Technology, President of the Central Content and Methodology Committee of the All-Russia Mathematical Olympiad for School Students, member of the International Mathematical Olympiad (IMO) Board. Address: 9 Institutsky ln, 141701 Dolgoprudny, Moscow Oblast, Russian Federation. E-mail: nazar_ag@mail.ru (corresponding author)
Olga G. Marchukova, Candidate of Sciences in Pedagogy, Senior Lecturer, Department of Education and Psychology, Tyumen Oblast State Institute of Regional Education Development. Address: 56 Sovetskaya Str., 625000 Tyumen, Russian Federation. E-mail: vera-nadegda@bk.ru
Oleg K. Podlipskii, Candidate of Sciences in Mathematical Physics, Associate Professor, Moscow Institute of Physics and Technology, Vice-President of the Central Content and Methodology Committee of the All-Russia Mathematical Olympiad for School Students. Address: 9 Institutsky Ln, 141701 Dolgoprudny, Moscow Oblast, Russian Federation. E-mail: ok@phystech.edu

Abstract The evolution of math Olympiad training for school students in Russia since the second half of the 20th century is analyzed in this article in the context of sociocultural transformations and changes in the post-industrial society's didactic knowledge. A retrospective analysis of a large body of empirical data (organization charts and content of the All-Union and All-Russia Mathematical Olympiads for school students in 1974–2021 and the International Mathematical Olympiads in 1994–2020) reveals trends in the development of the mathematical Olympiad movement, in particular changes in the network infrastructure of mathematical Olympiads, objectives and content of Olympiad problems, Olympiad material design practices, and value-and-meaning orientations of math Olympiads. Accordingly, new approaches are proposed to prepare school students for math competitions.

Analysis of changes allows substantiating the insufficiency of the "cognitive-reproductive" method of school student training widely applied both in Russia and beyond, which is based on a thematic principle of selecting problems by content and demonstrating examples of their solving to students. This method does not conform to the objectives of contemporary math competitions.

Today, it is important to find and recognize the potential for mathematical creativity in solving problems within multidisciplinary professional spheres. The goal of modern Olympiad training is not only to teach school students a system of problem-solving procedures but also to promote their ability to identify the semantic structure of problems in order to pick adequate solving strategies. The assumption that Olympiad math problems can be classified by the logic of their solutions is supported by a relevant taxonomy of Olympiad math problem solving techniques.

Keywords didactic knowledge, math Olympiads, math Olympiad training for school students, Olympiad problem solving strategies, teacher's methodological competence.

For citing Agakhanov N. H., Marchukova O. G., Podlipskii O. K. (2021) O sovremennykh tendentsiyakh v podgotovke shkol'nikov k matematicheskim olimpiadam [On the Current Trends in Math Olympiad Training for School Students]. *Voprosy obrazovaniya / Educational Studies Moscow*, no 4, pp. 266–284. https://doi.org/10.17323/1814-9545-2021-4-266-284

1. Ретроспективный обзор

С середины 1930-х годов в нашей стране в формате математических кружков при университетах начала складываться система подготовки школьников к математическим олимпиадам[1,2]. Основной упор при этом делался не на спортивной (состязательной) стороне конкурса, а на творческой и мотивационной — на привлечении одаренных детей к занятиям математикой. С целью расширения круга претендентов на победу организаторы олимпиад ограничивали участие в них прошлогодних победителей. Значительные изменения в олимпиадном движении произошли в середине 1960-х годов, когда в условиях военного, технологического и научного соперничества с Западом потребовался приток в науку и производство молодых талантливых ученых и инженеров. 23 августа 1963 г. вышло Постановление Совета министров СССР об учреждении специализированных физико-математических школ в Москве, Киеве, Ленинграде и Новосибирске. Одновременно шло формирование системы заочной работы со способными и мотивированными школьниками из разных уголков страны (Заочная математическая школа при механико-математическом факультете МГУ, Заочная физико-техническая школа при МФТИ, Заочная физико-

[1] Леман А. А. (1964) Сборник задач московских математических олимпиад. М.: Просвещение.

[2] В статье понятие «математические олимпиады» применяется в отношении традиционных соревнований школьников: этапов Всероссийской олимпиады школьников по математике (далее — ВсОШ), Московской математической олимпиады, Санкт-Петербургской математической олимпиады, Международной математической олимпиады (далее — ММО) и других олимпиад с содержанием, требующим от участников определенного уровня математических способностей, и направленных на их раскрытие.

математическая школа при Новосибирском государственном университете и др.). С 1967 г. стала проводиться Всесоюзная олимпиада школьников по математике[3].

Тогда же фактически возродилась и закрепилась на практике учебная технология, в профессиональной среде известная как «система листочков». Система «арифметических листков» [Константинов, Семенов, 2021] разработана и описана в первой половине XIX в. П. С. Гурьевым[4], который был, по мнению историка российского математического образования А. В. Ланкова, «творцом методики арифметики в России»[5]. Система листочков оказалась эффективной в работе с высокомотивированными детьми, имеющими разный уровень математических способностей (способности к анализу, обобщению, установлению логических связей, абстрагированию и др.) и личностные особенности познавательной деятельности, поскольку она максимально индивидуализировала учебный процесс. В «листок» включались теоретический минимум и соответствующая способностям учащегося тематическая подборка задач, подлежащих рассмотрению в цикле занятий[6]. Тема (тематическая подборка) в олимпиадной математике — это набор заданий, объединенных единым сюжетом (задачи про площади, на взвешивания и т. д.) либо алгоритмом решения (раскраски, принцип крайнего, вписанные углы и т. д.). В последующие годы «система листочков» — по сути, индивидуализированного учебного раздаточного материала — была адаптирована педагогами дополнительного образования и сохранилась практически в неизменном виде до нашего времени.

Сформировавшаяся практика олимпиадной подготовки школьников получила распространение в работе учителей и педагогов дополнительного образования в силу простоты ее реализации: наличия в широком доступе в печатном, а в последние годы и в электронном виде методических материалов и тематических подборок задач. Задачи в них включаются с подробным

---

[3] Яковлев Г. Н., Купцов Л. П., Резниченко С. В. и др. (1992) Всероссийские олимпиады школьников. М.: Просвещение.

[4] Гурьев П. С. (2007) Арифметические листки, постепенно расположенные от легчайшего к труднейшему, содержащие в себе 2523 задачи с решениями оных и кратким руководством к исчислению // Математическое образование. № 40. С. 32–48.

[5] Ланков А. В. (1951) К истории развития передовых идей в русской методике математики: пособие для учителей. М.: Учпедгиз.

[6] Константинов Н. Н. (1986) Опыт матклассов школ № 7, 57, 91 и 179 (1962–1986 гг.) с точки зрения ВНТК. Тезисы выступления на семинаре ВНКТ под руководством академика Е. П. Велихова 19 марта 1986 г. Архив академика А. П. Ершова. http://www.ershov-arc.iis.nsk.su/archive/eaimage.asp?fileid=207596

разбором решений, позволяющим педагогу готовить «листочки» адекватно уровню участников занятия[7].

2. Постановка проблемы. Современные контексты олимпиадной подготовки по математике

В современном мире поиску одаренных школьников и работе с ними уделяют внимание все ведущие государства. Взаимодействие учителя и ученика, проявляющего способности к математическому творчеству, взаимосвязь учебного процесса в школе и математических олимпиад — предмет научного интереса специалистов разных стран [Surányi, 2001; Lyashenko, Khalezov, Arsalidou, 2017]. Решая задачи долгосрочного развития, государства идут по пути разработки программных стратегий и нормативных регламентов. Так, в США к концу XX в. после публикации докладов «Нация в опасности» (*A Nation at Risk*), «Обманутая нация» (*A Nation Deceived*) и «Национальное совершенство: аргументация для развития американских талантов» (*National Excellence: The Argument for the Development of American Talent*)[8], в которых правительство признавало свои ошибки и упущения в выявлении одаренных детей и организации для них образовательных услуг, была разработана специальная федеральная программа «Закон Джейкоба Джевитса об образовании талантливых учеников» [Chapin, O'Connor, Anderson, 2009]. Успех Сингапура, сумевшего всего за полвека превратиться из развивающейся в высокоразвитую страну с доступной и качественной системой образования, не был бы возможен без утверждения в 1984 г. проекта «Одаренные. Программа по образованию», реализация которого создавала условия для эффективного обучения одаренных детей [Singapore Ministry of Education, 1994].

В контекстах вызовов XXI в. в нашей стране приняты серьезные меры по развитию олимпиадного движения. Коренные изменения в современных технологиях и производстве, сопровождающиеся усилением конкуренции между ведущими державами в промышленной и военной сферах, потребовали совершенствования системы поиска и отбора одаренных школьников. Преследуя цель обеспечения страны высококвалифицированными специалистами нового качества, программные стратегии «Национальная образовательная инициатива «Наша новая школа» (утверждена Указом Президента РФ от 04.02.2010 № Пр-271), Концепция общенациональной системы выявления и развития молодых талантов (утверждена Указом Президента

[7] Одной из лучших на протяжении многих лет остается книга: Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. (1994) Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. Киров: АСА.

[8] Department of Education (1991) America 2000: An Education Strategy. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED332380.pdf

РФ от 03.04.2012 № Пр-827), Положение о Национальном координационном совете по поддержке молодых талантов России (утверждено Постановлением Правительства РФ от 10.09.2012 № 897) обозначили векторы изменений, в дальнейшем конкретизированные «Правилами выявления детей, проявивших выдающиеся способности, и сопровождения их дальнейшего развития» (утверждены Постановлением Правительства РФ от 17.11.2015 № 1239) и комплексом мер по усилению работы с одаренными детьми. В перечне национальных целей, закрепленных в Указе Президента Российской Федерации от 21.07.2020 № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 г.», вторую позицию занимает обеспечение «возможностей для самореализации и развития талантов», которое предполагает «формирование эффективной системы выявления, поддержки и развития способностей и талантов у детей и молодежи, основанной на принципах справедливости, всеобщности и направленной на самоопределение и профессиональную ориентацию всех обучающихся»[9].

Формирование такой системы опирается на создание специализированных центров, интегрирующих потенциал учителей, преподавателей высшей школы и ученых. Возросшая наукоемкость технологических циклов, цифровизация и рост отраслей, внедряющих искусственный интеллект, обусловили появление образовательного центра «Сириус» и его филиалов по всей стране, технопарков «Кванториум», центров цифрового образования «IT-Куб». Перед созданными по инициативе Министерства образования и науки РФ в 2017 г. шестью математическими центрами на базе Адыгейского государственного, Казанского федерального, Томского государственного, Новосибирского государственного, Южного федерального и Ярославского государственного университетов, помимо развития исследований в области математики, поставлена задача повышения качества всех уровней математического образования в регионах, сотрудничающих с ними. Во многих регионах появились новые центры дополнительного образования, проводящие сезонные профильные школы, олимпиадные тренинги.

Деятельность руководителей регионов стала оцениваться в том числе по олимпиадным успехам школьников. При оценивании качества работы учителей уже более десяти лет учитывается подготовка участников, призеров и победителей олимпиад.

Олимпиадное движение стало массовым: практически у каждого школьника страны появился доступ к системе олимпиадной подготовки, осуществляемой в разных формах. И если в прежние годы педагоги — слушатели курсов повышения квалифи-

[9] Российская газета. 22.07.2020. № 159 (8213).

кации задавали вопрос «Что мне делать, если у меня в классе вдруг окажется одаренный школьник, к кому его направить, чтобы сберечь и раскрыть его талант?», то сейчас основным стал вопрос «Какие материалы мне использовать для того, чтобы готовить своих детей к олимпиадам?», подразумевающий работу с классом даже в случае, когда в нем нет ни одной «звездочки». Смена учительских установок свидетельствует о произошедшей существенной трансформации системы олимпиадной подготовки, преобразовавшейся из замкнуто-элитарной, нацеленной на работу с уже выявленными и проявившими свои способности в математике детьми, в открыто-доступную, позволяющую каждому учителю и ученику реализовать себя в математике. Однако первые десятилетия нового века не подтверждают эффективность экстенсивного пути развития олимпиадного движения. Возможно, причина заключается в недостаточном содержательном осмыслении принципиальных изменений в олимпиадной подготовке школьников.

3. Изменения в инфраструктуре системы математических олимпиад

Развитие олимпиадной подготовки школьников идет по пути небывалых прежде интенсификации и массовизации. Ее современный этап ориентирован на последовательную модернизацию институтов и технологий по работе с математически одаренными детьми: в работу включаются все больше участников, тех, кого в теории организации называют «агентами изменений». Они несут свое видение и свое понимание как целей подготовки детей, так и содержания, механизмов этой подготовки. Так, международный математический конкурс-игра «Кенгуру» для учащихся 2–10-х классов главной целью соревнования ставит «заинтересовать ребят, вселить в них уверенность в своих возможностях», а его девиз — «Математика для всех»[10]. Цель онлайн-олимпиады по математике для школьников с 1-го по 11-й класс BRICSMATH.COM, проводимой образовательной платформой UCHi.ru, — «помочь ученикам развить логическое и пространственное мышление и расширить кругозор»[11]. В Положении о федеральной фирменной онлайн-олимпиаде «ЯКласс» она определяется как «образовательно-культурный проект», имеющий целью в том числе «объединение усилий государственного и частного секторов, направленных на повышение мотивации учащихся и их успеваемости»[12]. Региональный портал Ярославской области «Математика для всех»[13] как

[10] https://old.mathkang.ru/page/k-in-russia
[11] https://ru.bricsmath.com/
[12] https://www.yaklass.ru/info/tests/lendingi/2019/olimpiada-rules
[13] math.edu.yar.ru

«новую форму интеллектуального семейного досуга» проводит семейную математическую онлайн-олимпиаду «От А до Я» для школьников 5–8-х классов[14]. Всероссийский образовательный портал для учащихся и учителей «Источник» размещает ресурсы онлайн-олимпиады для учащихся с 1-го по 11-й класс, участвовать в ней можно неограниченное число раз, проверяя и совершенствуя свои знания[15]. И этот перечень можно продолжать. При этом по названиям конкурсов и заявляемым целям их проведения школьнику, учителю или управленцу системы образования очень сложно определить, какие из них действительно направлены на выявление математических способностей.

Свободный доступ как к организации и проведению олимпиад, так и к участию в них в известном смысле девальвировал смысл понятия «олимпиада по математике». Подавляющее большинство «новых» олимпиад не требуют от участников углубленного знания школьной программы, во многих конкурсах задания предлагаются в игровой форме, и каждый участник может получить диплом или сертификат. Таким образом, рожденное временем явно новое для российского образования явление конкуренции — регионов, университетов, образовательных платформ, различных ООО — обусловило следующие изменения в инфраструктуре системы математических олимпиад:

- проводятся позиционируемые как эквиваленты олимпиады иные состязания (турниры, игры, конкурсы) с одновременной презентацией тестовых, тренинговых и проверочных работ;
- растет количество олимпиад и олимпиадных форм состязаний, появляются и закрепляются онлайн-формы их проведения без регуляции этого процесса;
- снизился возраст участников новых олимпиад, от них не требуется специальной подготовки;
- снижаются или полностью отсутствуют требования к качеству подготовки школьника для участия в олимпиадном движении;
- заинтересованность в выявлении математически одаренных школьников и их поддержке проявляют бизнес-структуры (своеобразное конвертирование математических способностей в экономические интересы).

Становится очевидным, что в первые десятилетия нового века нарушилось согласие между целями, содержанием, организацией и технологией подготовки ученика, лежавшее в основе

14 https://math.edu.yar.ru/family2020/index.html
15 https://source2016.ru/

олимпиадного движения во второй половине XX в. На смену недостатку мероприятий пришел их избыток, не позволяющий наиболее способным учащимся в рамках большого числа соревнований и тренингов уделять внимание регулярным школьным и кружковым занятиям. Однако выявление, поддержка и развитие способностей требуют выстраивания траектории движения, вертикали роста учащегося. А для этого многочисленные и разнородные формы олимпиадного движения должны быть структурированы и систематизированы с выделением целевой ориентации каждой из них: либо выявление математических способностей, либо поддержка интереса к предмету, либо проверка знаний.

4. Изменение целей и содержания олимпиадных задач

Социокультурные трансформации влекут за собой изменения дидактического знания [Осмоловская, 2015]. Изменяются цели и содержание олимпиадных задач. Охарактеризуем их.

Все современные учебники по математике уже на уровне начального общего образования включают задачи «со звездочкой» (повышенного уровня сложности), развивающие исследовательские, проектировочные, конструкторские умения ребенка. «Уплотнение» школьных программ, включение результативного компонента «Выпускник получит возможность научиться» сориентировали учителя на работу с высокомотивированными и способными учениками: в рядовые, обычные уроки вводится учебный материал повышенной сложности.

К началу нового века произошло усложнение заданий олимпиад, продиктованное объективным развитием дидактического знания.

Закономерно, что программы по работе с одаренными детьми переформатируются. Так, предложенная участникам первой Международной математической олимпиады (1959 г.) задача по теории чисел: «Докажите, что при любом натуральном n дробь $\frac{21n + 4}{14n + 3}$ является несократимой»[16], равно как комбинаторная задача четвертой Всесоюзной олимпиады (1970 г.): «Каждая сторона правильного треугольника разбита на k равных частей. Через точки деления проведены прямые, параллельные сторонам. В результате треугольник разбился на k^2 маленьких треугольничков. Назовем „цепочкой“ последовательность треугольничков, в которой ни один треугольник не появляется дважды, а каждый последующий имеет общую сторону

[16] Морозова Е.А., Петраков И.С. (1971) Международные математические олимпиады: задачи, решения, итоги: пособие для учащихся. М.: Просвещение. С. 39.

с предыдущим. Каково наибольшее количество треугольничков в "„цепочке“?»[17] в настоящее время являются обязательными упражнениями в кружках для восьмиклассников. В то же время включенная в 2020 г. в задания регионального этапа Всероссийской олимпиады задача «Пусть p — простое число, большее 3. Докажите, что найдется натуральное число y, меньшее $p/2$ и такое, что число $py+1$ невозможно представить в виде произведения двух целых чисел, каждое из которых больше y»[18] еще 30 лет назад рассматривалась бы как сложная задача для заключительного этапа ВсОШ. Ведь, по сути, эта задача является утверждением из теории чисел, которое доказывается путем проведения небольшого научного исследования.

Математические олимпиады (речь, разумеется, идет о классических олимпиадах) выделяются в списке интеллектуальных соревнований школьников тем, что в них главную роль играет не эрудиция участника в предметной и смежных областях, а его умение рассуждать и создавать или моделировать такую логическую конструкцию, которая поможет решить новую задачу (креативность). Характерна в этом отношении задача муниципального этапа ВсОШ для 6-го класса в 2019/2020 учебном году: «Пункты A, B, C, D расположены в вершинах прямоугольника $ABCD$, его стороны — дороги. Первая машина проехала за час по маршруту $A \to B \to C \to D$, а вторая проехала за час по маршруту $A \to D \to C \to B$. Через какое время машины встретятся, если они одновременно выедут из пункта A в разных направлениях и поедут по сторонам прямоугольника $ABCD$? (Скорости обеих машин постоянны.)»[19]. Первое впечатление — задача решается путем введения переменных. Однако путь рассуждения ведет к оригинальному решению задачи: «За один час вместе обе машины проехали бы трижды сторону AD и трижды сторону AB. Значит, за треть часа, т. е. за 20 минут, вместе машины проедут одну сторону, равную AD, и одну, равную AB. А весь периметр прямоугольника они проедут за 40 минут».

В построении новой (принципиально новой) логической конструкции, с которой он прежде не сталкивался, проявляется креативность мышления ребенка. Именно такую способность мыслить и решать не стереотипно, вне опоры на жесткие алго-

---

[17] Васильев Н.Б., Егоров А.А. (1988) Задачи всесоюзных математических олимпиад. М.: Наука. С. 42.

[18] Агаханов Н.Х., Богданов И.И., Кожевников П.А., Подлипский О.К., Рубанов И.С. (2020) Региональные этапы Всероссийской олимпиады школьников по математике и олимпиады им. Л. Эйлера 2019/2020 учебного года (первый день) // Математика в школе. № 5. С. 13.

[19] Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. (2020) Муниципальный этап XLVI Всероссийской олимпиады школьников по математике в Московской области // Математика в школе. № 3. С. 18.

ритмы и заданные образцы выявляют и проверяют современные математические олимпиады. Соответственно новым задачам трансформируются технологии подготовки национальных сборных. Так, относительно неудачное выступление на ММО в 2007 г. команды Китая, уступившей в неофициальном командном зачете сборной России из-за неудач в решении задач по комбинаторике, привело к пересмотру системы отбора и подготовки к международным соревнованиям: к традиционно технически сложным заданиям Китайской математической олимпиады были добавлены задачи, требующие креативности мышления, в том числе по комбинаторике. Быстрая и принципиальная перестройка системы подготовки китайских сборных еще раз свидетельствует о значимости успехов школьников на ММО для многих стран и побуждает тренерский состав к изменениям структуры и содержания подготовки.

5. Эволюция культуры создания олимпиадных задач по математике

В олимпиадах последних двух десятилетий уже практически не встречаются задачи на одну идею. Монотемный подход к созданию задачи уступает место сочетанию идей (симфонизму), требующему привлечения и интегрирования разных методов решения. Конечно, создание задач, интегрирующих нескольких тем, не является открытием или инновацией XXI в. Образцы таких задач даны выдающимися авторами прошлого. Например, в заданиях Всесоюзных олимпиад школьников можно найти много красивых задач, решаемых соединением оригинальных идей[20]. Но как тенденция современности такой подход четко оформляется в творчестве нового поколения задачных композиторов.

Вот как оценивает эту ситуацию математическое сообщество (мы приводим ссылку на статью в Википедии, понимая, что это издание не относится к числу официальных): «Не существует единого метода решения олимпиадных задач. Напротив, количество методов постоянно пополняется. Некоторые задачи можно решить несколькими разными методами или комбинацией методов. Характерная особенность олимпиадных задач в том, что решение с виду несложной проблемы может потребовать применения методов, использующихся в серьезных математических исследованиях»[21].

Прослеживая эволюцию олимпиадных задач, можно прогнозировать развитие их полифоничности. (Понятие «полифонизм» ввел М. М. Бахтин, анализируя поэтику романов Ф. М. До-

---

[20] Васильев Н.Б., Егоров А. А. (1988) Задачи всесоюзных математических олимпиад. М.: Наука.

[21] ru.wikipedia.org/wiki/Олимпиадные_математические_задачи

стоевского [Бахтин, 1929].) Многозадачность и множественность деятельности в единомоментной активности человека — реальность, предугаданная В. М. Розиным четверть века назад в названии статьи «Контекстное, полифоническое мышление — перспектива XXI в.» [Розин, 1996]. Способность решать проблемы функционирования сложно организованных систем в условиях непредсказуемости и спонтанности многофакторных воздействий должна «основываться на способности осмысливать два или более одновременно происходящих, различных, но взаимосвязанных между собой процесса» [Рогова, 2012. С. 113]. Так характеризуется полифоническое мышление, востребованное современными культурой производства и сверхбыстрым технологическим прогрессом. Поскольку наличие способностей решать новые задачи эффективно выявляют математические олимпиады, полифонизм представляется естественным путем развития творчества задачных композиторов.

6. Изменения ценностно-смысловой ориентации математических олимпиад

В постиндустриальную цифровую эпоху математические способности востребованы в решении новых, непредсказуемых междисциплинарных задач в полидисциплинарных сферах профессиональной деятельности — в области программирования, прототипирования, моделирования, управления базами данных и т. п. Чтобы олимпиады отбирали учащихся, имеющих такие способности, в практику олимпиадной подготовки школьников вместо когнитивно-репродуктивной технологии — трансляции образцов, обеспечивающей репродукцию полученного знания, — должны войти технологии креативно-творческие, формирующие опыт анализа, структурирования и обобщения данных.

Анализ педагогического опыта показывает, что современная подготовка основана на традиционной тематической избирательности: учащегося готовят к тому, чтобы, встретив на олимпиаде задачи, близкие к разобранным на занятии, он успешно с ними справился. Педагогу важно продемонстрировать пример решения: предъявить образец рассуждения и более или менее скрупулезно пошагово разобрать его путь.

На протяжении нескольких десятков лет популярной оставалась работа Д. Пойа[22], методически грамотно излагающая технологию подготовки школьников, разбитую на четыре ступени решения математической задачи: понятие задачи, составление плана, осуществление плана, «оглядывание назад» на решение — его изучение и анализ [Пойа, 1964]. В настоящее время данная технология уже не обеспечивает подготовку к решению

[22] Пойа Д. (1959) Как решать задачу: пособие для учителей. М.: Учпедгиз.

усложнившихся заданий олимпиад высокого уровня. Она развертывается в линейной логике понимания и решения, в то время как сложные задачи предполагают сложную (нелинейную) структуру логических шагов.

В нашей стране и в мире регулярно публикуются сборники олимпиадных задач, составленные либо по тематическому принципу, либо как подборки заданий национальных или международных олимпиад[23]. Всемирная федерация национальных математических соревнований с 1984 г. выпускает журнал *Mathematics Competitions*. Единственной публикацией, обобщающей опыт классификации олимпиадных задач, стала статья многолетнего руководителя сборной команды Австралии на ММО профессора П. Тейлора, подготовленная для специального выпуска этого журнала. Материал, однако, не преодолевает «традиционного» дефекта классификаций, так как помимо общих методов просто перечисляет разделы математики (Диофантовы уравнения, геометрия, логика, теория вероятностей и др.) и некоторые приемы решения задач («принцип Дирихле», графический метод, дискретная оптимизация и др.) [Taylor, 2015].

Приверженность тематическому принципу в классифицировании олимпиадных задач и следование ему в осуществлении подготовки школьников прослеживается и в современной российской практике: такова, например, известная работа А. Канель-Белова и А. Ковальджи[24]. Также в выпускаемой факультетом вычислительной математики и кибернетики МГУ серии «Олимпиадная математика» отдельные сборники сформированы по тематическому принципу: «Арифметические задачи», «Логические задачи», «Задачи на целые числа» и т. д.[25]

Приведенные выше примеры современных олимпиадных задач показывают, что их содержание не укладывается в рамки

23 Васильев Н. Б., Егоров А. А. (1988) Задачи всесоюзных математических олимпиад. М.: Наука; Гальперин Г. А., Толпыго А. К. (1986) Московские математические олимпиады. М.: Просвещение; Сергеев И. Н. (1987) Зарубежные математические олимпиады. М.: Наука; Купцов Л. П., Резниченко С. В., Терешин Д. А. (1996) Российские математические олимпиады. Ростов-на-Дону: Феникс; Алексиев К., Бангачев К., Бойваленков П. (2017) 640 задачи или теория на числата за олимпиади. София: Унимат СМБ; Andreesku T., Dospinescu G., Muskarov O. (2017) Number Theory: Concepts and Problems. XYZ press; Baron G., Schmidt B. (2009) Österreichische Mathematik Olympiaden 2000–2008. Aufgaben und Lösungen. Hrsg.: Wien/Graz; Djukic D., Jankovich V., Matic I., Petrovic N. (2011) The IMO Compendium. Springer.

24 Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. (2008) Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО.

25 Золотарева Н. Д., Федотов М. В. (2019) Олимпиадная математика. Арифметические задачи с решениями и указаниями. 5–7-е классы. М.: Лаборатория знаний.

одной темы, одного алгоритма решения, и для них репродуктивный подход к занятиям теряет свою эффективность. Следовательно, качественное изменение самих задач требует адекватного изменения технологии подготовки к их решению, которая должна быть задана критериально обоснованной классификацией задач. Однако необходимой структуризации олимпиадных задач ни в теоретическом дидактическом знании (нормативный уровень), ни в прикладных методических разработках (конструктивно-технический уровень) нет.

7. Дидактические основания реализации креативно-творческого содержания и обучения в олимпиадной подготовке

Для создания современной классификации олимпиадных заданий необходимо ввести новое основание их систематизации, потому что объединение задач в группы по тематическому принципу или выделению идей, необходимых для их решения, непродуктивно. Для выработки нового основания классификации авторы проанализировали значительный корпус (более 2500) олимпиадных задач, представленных в период с 1990 по 2021 г. на муниципальном, региональном, заключительном этапах ВсОШ, на ММО, на ведущих вузовских олимпиадах последнего десятилетия: «Ломоносов», «Высшая проба», «Физтех», «Всесибирская олимпиада» и др. Анализ был направлен на выделение логики решения задач, т. е. логических структур рассуждения при решении.

Крупнейший математик прошлого столетия, очень много сделавший для создания системы поиска талантливых школьников в нашей стране, академик А. Н. Колмогоров отмечал, что способности к механическому запоминанию большого числа фактов, формул, складыванию или перемножению в уме длинных рядов многозначных чисел не имеют отношения к математическим способностям. К примерам последних он отнес:

1) способность умелого преобразования сложных буквенных выражений, нахождения удачных путей для решения уравнений, не подходящих под стандартные правила, — вычислительные, или алгоритмические, способности;
2) геометрическое воображение, или «геометрическую интуицию»;
3) искусство последовательного, правильно расчлененного логического рассуждения; в частности, хорошим критерием логической зрелости, необходимой математику, является понимание принципа математической индукции и умение правильно его применять [Колмогоров, 1988].

Выделенные А. Н. Колмогоровым критерии для выявления способностей к математическому творчеству легли в основу по-

Таблица 1. **Методы решения олимпиадных задач (Н.Х. Агаханов)**

№	Метод	Содержание метода
0	Метод тождественных преобразований	Сведение задачи к более простой с помощью тождественных преобразований
1	Метод аналогий	Решение задачи методом, применявшимся ранее при решении других задач (как правило, близких по тематике)
2	Метод моделирования	Построение математической модели исходной задачи
3	Метод декомпозиции	Разбиение задачи на несколько более простых подзадач
4	Метод от противного	Обоснование того, что утверждение, противоположное доказываемому, не может выполняться
5	Метод введения вспомогательных объектов	Решение задачи с помощью дополнительных построений в геометрии, введения новых переменных в алгебре и теории чисел. Использование при решении сохраняющихся свойств объектов — инвариантов или полуинвариантов
6	Метод редукции (в том числе метод анализа с конца)	Построение цепочки рассуждений от промежуточной или финальной ситуации
7	Метод изменения тематики задания	Решение задачи одного раздела «школьной» математики с помощью инструментария другого раздела
8	Метод обобщения утверждения (в том числе метод математической индукции)	Доказательство более общего, чем в условии задачи, утверждения
9	Метод опытного угадывания ответа (решения)	Рассмотрение частных случаев, приводящее к угадыванию ответа или пути решения, с последующей его верификацией
10	Метод оценки и полного перебора	Установление границ изменения рассматриваемой в задаче величины с последующим рассмотрением всех возможных случаев
11	Метод поиска новых (оригинальных) решений	Нахождение цепочки математических шагов, не встречающихся в широкой практике решения олимпиадных заданий

строения классификации задач по логической структуре их решений[26]. Названия методов отразили связь содержания задач с цепочками логических шагов, необходимых для их решения.

[26] Методы подробно проиллюстрированы соответствующими олимпиадными задачами в: Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. (2020) О методах решения олимпиадных задач // Математика в школе. № 8. С. 11–24.

Возможное структурирование олимпиадных задач по логической структуре их решений представлено в классификации «Методы решения олимпиадных задач» (табл. 1). Авторское видение такой систематизации сформировалось благодаря многолетнему опыту составления заданий для олимпиад разного уровня (Московской математической олимпиады, Всесоюзной олимпиады школьников, муниципального, регионального, заключительного этапов Всероссийской олимпиады школьников начиная с 1973 г., Международной математической олимпиады, в том числе задачного композиторства и анализа различных решений задач); проверки работ участников указанных олимпиад, в том числе членов сборных команд России на Международных математических олимпиадах с 1994 г.; подготовки школьников к математическим олимпиадам на сборах национальной команды России и на профильных математических сменах, в том числе в образовательном центре «Сириус»; работы с педагогами дополнительного образования и учителями на курсах повышения квалификации, на семинарах и конференциях начиная с 1996 г.

Метод тождественных преобразований можно было бы отнести к инструментарию и не вносить в таблицу, но во многих случаях задача становится проще именно в результате умелого преобразования сложных буквенных выражений. Оригинальные логические и вычислительные построения, не встречавшиеся ранее, также можно было бы не вводить в общую классификацию. Но авторам представляется, что ее полнота и целостность требуют включения «метода поиска новых (оригинальных) решений» (п. 11) — он логически завершает классификацию.

Предлагаемая классификация методов решения олимпиадных задач направлена на качественное изменение подходов к проведению олимпиадной подготовки: место традиционных тематических занятий с отработкой алгоритмов решения определенных типов задач должно занять обучение распознаванию логической структуры задачи и ее решения. Соответственно определяются цели опережающей предметной подготовки педагогов:

- обеспечение понимания сущности, содержания и иерархии методов решения задач;
- формирование умений структурировать олимпиадные задачи по логической структуре их решения.

В применении данной классификации авторы видят возможность преодолеть ограничения существующей образовательной практики, в массе своей основанной на обучении ребенка умению определять тематику задачи и относить ее к определенному тематическому типу, воспроизводить в памяти образцы и алгоритмы решения этого типа задач, а затем применять либо комбинировать найденные приемы решения.

Профессиональная компетентность учителя в тематической избирательности при отборе содержания заданий может и должна прирастать знанием совокупности обобщенных методов решения. В этом случае учитель сможет применять эти методы в решении олимпиадных задач вне зависимости от того, является их тематика известной или новой. Тогда основу подготовки школьников составит обучение предварительному анализу задачи, который включает:

1) распознавание математических объектов, входящих в условие задачи, и выявление логических связей между ними;
2) установление логической структуры задачи и выстраивание рассуждения, ведущего к определению/выбору метода или группы методов, которые могут быть применены для решения;
3) попытки применения выявленных методов в решении задачи.

Технологически от учителя такой способ подготовки потребует отбора содержания заданий уже не только по тематическому принципу, а в соответствии с методом, подлежащим усвоению учащимся.

8. Выводы и обсуждение

Для решения поставленной государством задачи сформировать эффективную систему выявления способностей и талантов у детей и их поддержки необходимо выделить среди многочисленных соревнований те математические олимпиады, которые основаны на математическом творчестве, и создать систему подготовки педагогов, способных на высоком уровне вести работу с одаренными школьниками. Для этого требуется:

- систематизировать и структурировать мероприятия олимпиадного движения с целью сохранения статуса математической олимпиады и выделения тех соревнований, успех в которых невозможен без проявления математических способностей школьника;
- изменить дидактические основания олимпиадной подготовки школьников таким образом, чтобы заместить когнитивно-репродуктивные содержание и способы обучения креативно-творческими;
- сформировать и сопровождать сообщества педагогов, способных вести работу с математически одаренными школь-

никами, и выработать единые требования к их профессиональному уровню.

Требуют дальнейшего научного обсуждения развитие инфраструктуры системы математических олимпиад, цели и содержание олимпиадных задач, пути усовершенствования технологий работы учителей и педагогов дополнительного образования по подготовке школьников к математическим олимпиадам и привлечения талантливых педагогов к работе с юными математиками. В связи с этим приведем мнение известного специалиста в области психологии детской одаренности А. И. Савенкова: «Для развития творческих способностей не столько важны специально организованная деятельность, стабильная или не стабильная микро- или макросреда, сколько необходим взрослый творческий человек, с которым ребенок мог бы себя идентифицировать»[27].

Сформулированные в данной статье предложения актуальны и для ряда других олимпиад школьников, в первую очередь для использующих математический аппарат олимпиад по информатике и физике, для которых также важнее логика рассуждений, чем объем знаний в предметной области.

Авторы с благодарностью вспоминают Н. Н. Константинова, сыгравшего огромную роль в развитии отечественной системы математических школ и кружков.

Литература

1. Бахтин М. М. (2002) Проблемы поэтики Достоевского // Бахтин М. М. Собрание сочинений: в 7 т. М.: Русские словари; Языки славянских культур. Т. 6. С. 7–300, 466–505.
2. Колмогоров А. Н. (1988) Математика — наука и профессия. М.: Наука.
3. Константинов Н. Н., Семенов А. Л. (2021) Результативное образование в математической школе // Чебышевский сборник. Т. 22. № 1. С. 413–446. doi:10.22405/2226-8383-2021-22-1-413-446
4. Осмоловская И. М. (2015) Дефицит дидактических знаний с позиции практики образования // Материалы XIII международной конференции «Образование через всю жизнь: непрерывное образование в интересах устойчивого развития» (Санкт-Петербург, 2015, 29–31 мая). С. 143–146.
5. Рогова С. А. (2012) Полифоническое мышление как особый инструмент познания сложной системы // Известия Пензенского государственного педагогического университета им. В. Г. Белинского. № 27. С. 112–116.
6. Розин В. М. (1996) Контекстное, полифоническое мышление — перспектива XXI века // Общественные науки и современность. № 5. С. 120–129.
7. Chapin S. H., O'Connor C., Anderson N. C. (2009) Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students Learn. Sausalito, CA: Math Solutions.
8. Lyashenko A. K., Khalezov E. A., Arsalidou M. (2017) Methods for Identifying Cognitively Gifted Children. Psychology // Journal of Higher School of Economics. Vol. 14. No 2. P. 207–218. doi:10.17323/1813-8918-2017-2-207-218

[27] Савенков А.И. (2016) Педагогическая психология: учебник для СПО. М.: Юрайт. С. 183.

9. Singapore Ministry of Education (1994) Gifted Education in Singapore: The First Ten Years. Singapore: Gifted Education Unit, Ministry of Education.
10. Surányi J. (2001) The Influence of Mathematics Competitions on Teaching: Benefits and Dangers // Mathematics Competitions. Vol. 14. No 1. P. 23–29.
11. Taylor P. (2015) Classifying Methods of Problem Solving — and My Favourites // Mathematics Competitions. Vol. 28. No 1. P. 7–27.

References

Bakhtin M. M. (2002) Problemy poetiki Dostoevskogo [Problems of Dostoevsky's Poetics]. *Bakhtin M. M. Collected works: in 7 vols*. Moscow: Russkie slovari; Yasyki slavyanskikh kultur, vol. 6, pp. 7–300, 466–505.

Chapin S. H., O'Connor C., Anderson N. C. (2009) *Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students Learn*. Sausalito, CA: Math Solutions.

Kolmogorov A. N. (1988) *Matematika — nauka i professiya* [Mathematics — Science and Profession]. Moscow: Nauka.

Konstantinov N. N., Semenov A. L. (2021) Rezul'tativnoe obrazovanie v matematicheskoy shkole [Productive Education in the Mathematical School]. *Chebyshevskii Sbornik*, vol. 22, no 1, pp. 413 doi:10.22405/2226-8383-2021-22-1-413-446

Lyashenko A. K., Khalezov E. A., Arsalidou M. (2017) Methods for Identifying Cognitively Gifted Children. Psychology. *Journal of Higher School of Economics*, vol. 14, no 2, pp. 207–218. doi:10.17323/1813-8918-2017-2-207-218

Osmolovskaya I. M. (2015) Defitsit didakticheskikh znaniy s pozitsii praktiki obrazovaniya [Deficit of Didactic Knowledge from the Perspective of Educational Practice]. Proceedings of the *XIII International Conference "Lifelong Learning: Continuing Education for Sustainable Development" (St. Petersburg, 2015, May 29–31)*, pp. 143–146.

Rogova S. A. (2012) Polifonicheskoe myshlenie kak osoby instrument poznaniya slozhnoy sistemy [Polyphonic Thinking as a Special Tool for Learning Complex Systems]. *Izvestia Penzenskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo univiversiteta imeni V. G. Belinskogo*, no 27, pp. 112–116.

Rozin V. M. (1996) Kontekstnoe, polifonicheskoe myshlenie — perspektiva XXI veka [Contextual, Polyphonic Thinking — The Perspective of the XXI Century]. *Social Sciences and Contemporary World*, no 5, pp. 120–129.

Singapore Ministry of Education (1994) *Gifted Education in Singapore: The First Ten Years*. Singapore: Gifted Education Unit, Ministry of Education.

Surányi J. (2001) The Influence of Mathematics Competitions on Teaching: Benefits and Dangers. *Mathematics Competitions*, vol. 14, No 1. P. 23–29.

Taylor P. (2015) Classifying Methods of Problem Solving — and My Favourites. *Mathematics Competitions*, vol. 28, no 1, pp. 7–27.