

Два подхода к пониманию «применения знаний»: трансфер и моделирование

Обзор литературы и критика

Ю. А. Тюменева, И. В. Шкляева

Статья поступила
в редакцию
в октябре 2015 г.

Тюменева Юлия Алексеевна
кандидат психологических наук, доцент Института образования Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». Адрес: 101000, Москва, ул. Мясницкая, 20. E-mail: jtiumeneva@hse.ru

Шкляева Ирина Вячеславовна
магистр психологии, аналитик Московского центра качества образования. Адрес: 115419, Москва, 2-й Верхний Михайловский проезд, 9а. E-mail: irshklyaeva@gmail.com

Аннотация. Закономерности применения изученного в новых ситуациях исследуются в рамках двух концепций — моделирования и трансфера. Проведен обзор литературы с целью сравнить эти концепции, чтобы получить максимально полное представление о том, какие психологические процессы задействованы в применении знаний в новой ситуации, что бу-

дет меняться в исследовательской и учебной практике при смене концептуальных рамок и при каких условиях эти концепции могут обогатить друг друга. Показано, что в обеих концепциях ключевым условием успешного применения приобретенных знаний является осуществление анализа структуры задачи и сопоставления моделей задачи, данных в разных репрезентационных системах. На основании полученных данных сделаны выводы относительно подходов к обучению, способствующих эффективному применению полученных знаний, а также относительно критериев оценки учебных заданий.

Ключевые слова: обучение, применение навыков, моделирование, трансфер, математические текстовые задачи, структурное описание задачи, обобщение, метакогнитивные навыки.

DOI: 10.17323/1814-9545-2016-3-8-33

Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» в 2015 г.

Когда речь идет об обучении — школьном или профессиональном, индивидуальном или массовом, обучении детей или взрослых, формальном или неформальном, — всегда предполагается, что приобретенные знания и умения будут использоваться в условиях, отличных от тех, в которых происходило обучение. Иными словами, всегда ожидается, что главным результатом обучения будет применение изученного в новых, незнакомых ситуациях. Для общения того, что уже известно об умении использовать приобретенные знания за пределами ситуации обучения, мы обратимся к исследованиям, посвященным моделированию и трансферу —

двум психологическим конструктам, которые непосредственно связаны с идеей применения полученных знаний.

Концепция моделирования исторически сосредоточена исключительно на применении знаний из формальной, «школьной» математики к неформальным, «жизненным» (как оппозиция «школьным») ситуациям [Blum, Ferri, 2009; Frejd, 2013]. Она разрабатывалась для решения вполне прикладной и конкретной проблемы — нереалистичности школьных математических текстовых задач, не позволяющей школьникам осознать полезность математических построений в повседневной жизни. Почему из всего возможного багажа математического школьного образования концепция моделирования выделяет именно текстовые задачи? Дело в том, что это единственный компонент школьной математики, который призван связать формальную математику с практическими проблемами. Первоначально текстовые задачи создавались для того, чтобы обучить ученика применять математические познания в реальных ситуациях: в торговле, путешествиях, строительстве, сельском хозяйстве, военном деле и т. д. [Юшкевич, 1970]. С развитием корпуса чисто математических знаний связь задач с практикой во время обучения становилась все менее очевидной, а в современной школьной математике она, как часто отмечают, совершенно иллюзорна (см., например, [Арнольд, 1998]). Единственным программным компонентом, хотя бы номинально сохраняющим связь математических идей с реальными нуждами, остаются текстовые задачи. Однако, как показывают многие работы, как раз реалистичность текстовых задач вызывает большие сомнения [Boaler, 1993; Verschaffel, Corte, 1993].

Сейчас взгляд на применение школьных математических знаний как на моделирование можно признать общераспространенным. Стремясь связать школьную математику с реальной жизнью, многие страны инициировали соответствующие изменения в математическом образовании [Freudenthal, 1973; 1991; Krauss, Brunner, Kunter et al., 2008; National Council of Teachers of Mathematics, 2006; YZZ, 2003]. Более того, концепция моделирования легла в основу программы оценки математической грамотности PISA [OECD, 2013]. Однако, как мы увидим далее, рост популярности этой концепции не учитывает ее ограниченности применением математического языка: результаты исследований моделирования невозможно распространить на другие предметные области. При этом имеющиеся эмпирические результаты пока не дают ясного представления о психологических процессах, подлежащих моделированию, и об эффективности предлагаемых подходов к обучению.

Изучению трансфера, или переноса, — другого конструкта, прямо связанного с применением знания, — положили начало работы Эдварда Торндайка [Thorndike, 1924; Thorndike, Woodworth, 1901]. Он предлагал испытуемым перцептивные задачи

и оценивал, как тренировка на одних задачах улучшает решение других. С первой трети прошлого века — времени, когда работал Торндайк, — концептуальные рамки трансфера расширились чрезвычайно: как в отношении предмета переноса (процедурные или репрезентативные навыки, принцип решения и проч.), так и в отношении ситуаций переноса (перенос из академического контекста в повседневную жизнь, перенос отложенный во времени и немедленный и т. д.). Тем не менее принципиальная характеристика понимания «применения» через трансфер остается неизменной: это построение аналогии между изученной и новой задачей и выведение следствий из этой аналогии для решения новой задачи.

Эмпирическая база исследований трансфера огромна, но содержащиеся в ней данные не связаны напрямую со школьным обучением. Однако в силу универсальности предмета переноса и контекста его применения, как их представляет концепция трансфера, результаты исследований правомерно распространить и на школьные знания. Другое дело, что трансфер, в отличие от моделирования, часто описывается как одномоментный акт, так что в качестве обучающей технологии он оказывается трудноприменимым. Здесь еще необходимо выстраивать связующие звенья между хорошо описанным механизмом трансфера и подходами к обучению.

Концепция моделирования и концепция трансфера по-разному объясняют, как происходит применение изученного и от каких факторов зависит его эффективность. Мы детально сопоставим эти два подхода, чтобы понять, что меняется в исследовательской и учебной практике при смене концептуальных рамок, в которых рассматривается процесс применения знаний, и при каких условиях эти две концепции могут обогатить друг друга. Мы структурировали сопоставление концепций: для каждой из них мы проанализировали предмет применения, контекст, т. е. параметры ситуации применения, процесс и механизм применения, а также способствующее обучение, т. е. предлагаемые методы обучения, которые облегчают в дальнейшем применение изученного.

1. Концепция моделирования

1.1. Предмет

В основании концепции моделирования лежит предположение, что многие процессы и отношения, имеющие место в физической, социальной, экономической, личной и других сферах жизни, могут быть описаны с помощью математического языка, который позволяет представить и решить многие задачи на абстрактном уровне. Следовательно, то, что должно быть освоено в учебной ситуации и потом применено во внеучебной, т. е. предмет применения, — это математический язык. Он представляет собой знаковую систему для представления математических объектов и концепций: это, например, числа, функциональные символы,

концептуальные символы. Система включает как отдельные знаки (+ или –), так и сложные графические образы. Язык математики должен быть освоен, чтобы стало возможным с его помощью описывать и формализовать то, что происходит в разных областях, в том числе не математических, например, в физике, экономике или повседневной жизни.

В рамках концепции моделирования процесс применения математического языка сводится к выполнению последовательных действий по построению адекватной математической модели какой-то повседневной ситуации: это выявление ключевых элементов задачи и связей между ними (структурирование задачи или построение ее ситуационной модели); кодирование элементов ситуативной модели в математических терминах (построение математической модели); выполнение математических вычислений и интерпретация ответа в терминах исходной «реальной» ситуации. Рассмотрим, например, такую задачу: *«Миссис Стоун живет в Трире, в 20 км от границы с Люксембургом. Заправлять свой „Фольксваген Гольф“ она ездит в Люксембург, где сразу за границей есть АЗС. На этой заправке бензин стоит 1,10 евро за один литр, тогда как на АЗС в Трире – 1,35 евро. Допустим, расход топлива составит 12 л на каждые 100 км. Выгодно ли для миссис Стоун доезжать до Люксембурга, чтобы заправить машину? Обсудите свой ответ»* (цит. по: [Blum, Ferri, 2009]). Для решения этой задачи, во-первых, необходимо понять описанную ситуацию — ее условия и требования. Ясно, что покупка бензина на дешевой АЗС может быть выгодна или нет в зависимости от разницы в стоимости бензина и от его расхода на дорогу. Далее, при построении ситуационной модели, в рассмотрении остаются только ключевые связи задачи, например: *если расход бензина (в евро) при поездке на дальнюю АЗС превысит сэкономленную сумму (разницу в стоимости бензина в евро), то поездки в Люксембург невыгодны*. Этап математизации заключается в преобразовании ситуационной модели в математическую. После того как построена математическая модель, в данном случае с использованием неравенства, выполняются вычисления. Затем результаты вычислений должны интерпретироваться вновь на быденном языке — в виде рекомендаций для г-жи Стоун. На этапе проверки (валидации) решающий заново проходит весь цикл с целью выделения факторов, которые могли быть не учтены прежде.

К настоящему времени предложено несколько сценариев разворачивания процесса моделирования, но в целом они следуют логике трех принципиальных шагов: вычленение структуры задачи, перевод структуры в математическую модель, интерпретация математических результатов в контексте задачи. В некоторых случаях первый этап подразделяется на понимание, упрощение и структурирование задачи. (Обзор зарубежных работ см., на-

1.2. Процесс и механизм моделирования

пример, в [Ferri, 2006]; емкие описания моделирования, особенно на этапе ориентации в задаче, в отечественных работах см. в: [Гальперин, 1958; Талызина, 2011; Салмина, 1988]; в некоторых случаях специальное внимание уделяется этапу преобразования математической модели [Салмина, 1988].)

**1.3. Контекст
и успешность
применения изучен-
ного**

Хотя абстрактный математический язык является универсально применимым, в концепции моделирования применение ограничено только повседневным контекстом, так называемой реальной жизнью, и практически не включает другие предметные области. Более того, контекст фактически сводится к тексту задачи, поскольку моделирование исследуется и оценивается на материале исключительно текстовых математических задач как репрезентанте реальных ситуаций¹. Если контекст, т. е. область, где применяется изученное, — это текст задачи, то исследуемые факторы, влияющие на успешность моделирования, неизменно коренятся в тексте математической задачи.

Базовая роль текста в решении задачи определяется его комплементарной позицией по отношению к формально-математической составляющей задачи. Следовательно, на эффективность решения будут влиять, во-первых, формально-математическая сторона задачи, ее математическая трудность, а также математические навыки решающего и, во-вторых, лингвистическая составляющая и навыки понимания текста. Однако оказывается, что при интеграции в задаче текстовой и математической составляющей появляется некоторая производная от них третья составляющая, создающая уникальную трудность задачи, которую невозможно объяснить ни математической, ни лингвистической составляющей [Daroczy, Wolska, Meurers et al., 2015]. Эта производная составляющая определяет успешность выполнения двух специфических действий: построения ситуационной модели и кодирования ее математическим языком — именно они составляют суть процесса моделирования. Формально-математическая трудность задачи выходит за рамки этой статьи, поэтому остановимся на факторах, связанных с пониманием текста и с процессом моделирования.

Начнем с роли детализации в описании задачи. Обнаружено, что детализация не оказывает однозначного влияния на правильность решения, ее эффект зависит от того, какое отношение она имеет к композиции текста и структуре задачи. Только детализация, ведущая к более ясному представлению о структуре задачи, облегчает решение. В то же время детализация, помогающая

¹ Важный вопрос о том, при каких условиях текстовая задача может репрезентировать реальную ситуацию, выходит за рамки этого обзора, прежде всего потому, что сами исследователи моделирования его не ставят.

более ясно представить ситуацию, в которой происходит действие, описываемое в задаче, но не проясняющая структуру задачи, не улучшает решение [Davis-Dorsey, Ross, Morrison, 1991; Lepik, 1990; Vicente, Orrantia, Verschaffel, 2007].

Семантические свойства текста составляют самостоятельно действующий фактор. Показано, что семантика текста оказывает неосознаваемое воздействие на построение математической модели. Например, использование функционально связанных объектов (ящики — апельсины) приводит к включению в модель деления, а наличие категориально связанных объектов (апельсины — лимоны) — к включению операции сложения [Martin, Vasok, 2005].

Некоторые речевые обороты в текстовых задачах дают решающему сигналы-подсказки (translation cues), действующие как спусковой крючок для «автоматического» перевода слов задачи в математическую операцию, с которой эти слова типично связаны. Например, во «сколько-то раз» → умножить, «вместе» → сложить [LeBlanc, Weber-Russell, 1996]. Понятно, что такая ассоциация оправдана опытом решения шаблонных задач, но эти же подсказки вводят в заблуждение и ухудшают решение задачи, если расходятся с ее структурой. Как классический в литературе приводится пример обманчивого действия фразы-подсказки «в 2 раза больше» в задаче: «*В университете студентов в 2 раза больше, чем профессоров*», что приводит к ошибочной математической модели: $C \times 2 = P$, где C — число студентов, P — профессоров.

Более того, не только отдельные фразы, но и организация всего текста задачи может стать «спусковым крючком» для перехода к определенному шаблону решения. Происходит это опять-таки из-за того, что в опыте обучения тот или иной тип организации текстовой задачи, или ее «сюжет», как правило, связан с определенной математической моделью. Показано, что все изучаемые в курсе школьной математики текстовые задачи могут быть сведены к набору стандартных «сюжетов»: задачи «на движение», «на течение реки», «на совместную работу» и проч. Если решающий воспринимает текст задачи как относящийся к определенному типу, он может, не вовлекаясь в процесс моделирования, сразу переходить от чтения текста задачи к готовой модели, сцепленной с этим стандартным контекстом [Blessing, Ross, 1996; Mayer, 1981].

Влияние иллюстраций, включенных в текст задачи, на эффективность решения зависит от полезности содержащейся в них информации. Иллюстрации, не несущие уникальной информации, не влияют на правильность решения, хотя и увеличивают время решения. Иллюстрации, содержащие уникальную и необходимую для решения информацию, которую нужно интегрировать с текстом, усложняют задачу для решающего [Verends, van Lieshout, 2009]. Из этого следует, что распределение информа-

ции в задаче по разноформатным частям текста (например, часть в сплошном тексте, часть в рисунке, часть в диаграмме) будет затруднять решение из-за занятости оперативной памяти объединением разбросанной информации.

Нерелевантная информация, специально включенная в текст задачи, ожидаемо увеличивает ее трудность, но не только потому, что занимает ресурсы оперативной памяти. Качественный анализ протоколов решения показал, что у учащихся могут возникать заблуждения, связанные с отвлекающей информацией: например, представление о том, что нужно использовать все числа, включенные в текст задачи, или о том, что, если в задаче есть только одно число, нужно как-то раздобыть еще одно [Muth, 1992].

В рамках этого концептуального направления очень скудно представлены эмпирические исследования отдельных действий моделирования, и его приверженцы сами расценивают это обстоятельство как проблему [Ferri, 2006]. Первые этапы моделирования — когда нужно понять условия и требования и построить ситуационную модель задачи — считаются самыми трудными [DeCorte, Verschaffel, Greer, 2000; Gürel, Gürses, Habibullin, 1995]. Их сложность, в частности, обусловлена тем, что при построении ситуационной модели задачи от решающего требуется умение создавать короткие и точные ментальные репрезентации задачи, в том числе визуальные [Abdullah, Halim, Zakaria, 2014; Novick, Hmelo, 1994; Wertheimer, 1982; Zahner, Corter, 2010]. Решающий не всегда способен выбрать или построить эффективную репрезентацию задачи; во многих работах показано, что репрезентации могут быть неполными или искаженными либо вообще отсутствовать, что прямо влияет на правильность последующего решения [Тюменева, 2015; McGuinness, 1986; Novick, 1990; Wertheimer, 1982].

1.4. Способствующее обучение

Рассматривая моделирование как элемент более широкой культуры «осмысленного» преподавания математики, исследователи связывают эффективность в моделировании с успешностью реализации целого комплекса педагогических действий, начиная от подготовки учителей и заканчивая разработкой текстов учебных задач. Этот комплекс действий описывается так «комплексно», что обсуждать факторы, способствующие развитию умения моделировать, можно только в самом общем виде. Весь этот комплекс действий, иногда даже называемый *modeling discourse* (дискурс моделирования) [Niss, Blum, Galbraith, 2007], ориентирован на осознание необходимости моделирования как учителями, так и учениками, на создание специального окружения и поддержки особого духа во время обучения и т. д. [Blum, Ferri, 2009]. В связи с малым количеством эмпирических исследований эффективности рекомендуемых практик и очень общим характером самих рекомендаций оказалось невозможным выделить конкрет-

ные факторы, способствующие формированию навыка моделирования. Такая невозможность рассматривается иногда как принципиальная [Ibid]. Поэтому мы можем только перечислить некоторые особенности устройства учебного плана и виды деятельности, de facto используемые во время обучения моделированию и «реалистичной математике». К ним относятся: создание для учащихся возможности самим искать и устанавливать связи между разными математическими темами и между математикой и окружающей действительностью; осознание моделирования как части учебного плана (ему, как стратегии, надо обучать специально); обучение метакогнитивным умениям (планированию, делению задачи на подзадачи); поощрение разных способов решения; минимизация учительского вмешательства при максимальной независимости учащихся в решении задач; метакогнитивный уровень помощи (например, «Представь эту ситуацию», «Какова твоя цель?», «Соответствует ли твой результат этой ситуации?») [Reusser, 1996]. Многие из этих методических принципов совпадают с представлениями об эффективном обучении, развиваемыми в других педагогических подходах, прежде всего в так называемом конструктивистском [Noddings, 1990; OECD, 2009]. В этом смысле принципы обучения, декларируемые в рамках концепции моделирования, внутренне слабо связаны с самой этой концепцией и представлены, скорее, как одна из современных философий обучения.

Формирующий подход к моделированию, предложенный в рамках культурно-исторического подхода [Гальперин, 1958; Талызина, 2011; Фридман, 1977; Шевкин, 2005], фокусируется на непосредственном развитии навыков моделирования. В этих разработках акцентируется выстраивание технологий реализации программ обучения как массовых. Так же как их западноевропейские коллеги, разработчики формирующего подхода к моделированию не уделяли достаточного внимания оценке эффективности формирующей программы в целом или отдельных обучающих техник. И хотя построенная система обучения внутренне хорошо связана с теоретическими положениями культурно-исторического подхода, эмпирических доказательств ее действенности пока недостаточно.

В современных исследованиях трансфера в качестве предмета переноса представлен очень широкий диапазон умений (полный обзор см. [Barnett, Ceci, 2002]). Приобретенное умение или знание может быть узко специфичным, например следование такой четко формализованной процедуре, как вычисление пропорции по «правилу трех», а может — очень общим, например нахождение принципов решения, эвристики, построение умозаключений.

2. Трансфер

2.1. Предмет применения

Таким образом, если в моделировании в качестве предмета выступает математический язык, ограниченный школьным курсом математики, то исследования трансфера включают несопоставимо более широкий диапазон вариантов содержания, которое может быть применено.

2.2. Контекст применения В концепции трансфера не только представлен широкий спектр вариантов предмета переноса, но и исследуются разные контексты, т. е. откуда и куда переносится приобретенное умение. Учебная и целевая ситуации могут различаться одновременно по нескольким параметрам: по областям знаний, физическим и социальным условиям, временному зазору между обучением и проверкой переноса, роли решаемой задачи для человека, модальности сенсорной системы, к которой апеллирует задача. В зависимости от количества параметров, по которым различаются ситуация обучения и целевая ситуация, и от того, насколько сильно различие по каждому из этих параметров, можно говорить о близком или далеком переносе [Barnett, Ceci, 2002]. Успех в близком переносе фиксируется гораздо чаще, чем в далеком. Иными словами, перенос приобретенного умения на структурно и внешне подобную задачу, предъявленную немедленно в рамках той же темы, будет гораздо легче, чем перенос умения на задачу, предъявленную через год после обучения в контексте, совершенно не связанном с контекстом учебной задачи. Затруднительность далекого трансфера обусловлена его механизмом — необходимостью выстроить аналогию между структурами двух задач.

2.3. Процесс и механизм трансфера Механизм трансфера чаще всего описывают как построение аналогии и сопоставление новой задачи с учебной [Gentner, 1983; Gentner, Loewenstein, Thompson, 1999; Gick, Holyoak, 1980; Reed, 2012]. Обычно трансфер рассматривают как одномоментное событие, но иногда его подразделяют на три этапа: извлечение из памяти аналогичной ситуации (retrieving); сопоставление репрезентаций учебной и новой задачи (mapping); оценка адекватности решения новой задачи (evaluation) [Gentner, Smith, 2012]. Успешность трансфера зависит преимущественно от первых двух этапов, трудность течения которых определяется различиями в формулировках задач и в их контекстах, а также от того, как задачи кодируются ментально.

Встречаясь с новой задачей, человек должен как-то получить доступ к потенциальной аналогии, т. е. извлечь из памяти, возможно, известную аналогичную задачу. Решающую роль при вспоминании играет внешнее подобие задач. Когда его нет, доступ к старой задаче будет затруднен, даже если она хранится в долговременной памяти. Этот феномен иногда называют «инертным знанием» [Gentner, Loewenstein, Thompson et al.,

2009] — такое знание есть, но недоступно, когда оно требуется. «Инертность знания» объясняется тем, что люди ментально кодируют свой опыт контекстно-специфическим способом [Gentner, 1983], поэтому и нужное воспоминание активизируется сходными внешними свойствами задач: деталями контекста или объектами, вовлеченными в задачу.

На втором этапе трансфера происходит сопоставление отношений между элементами в старой и в новой задаче [Christie, Gentner, 2010; Reed, 2012]. Опираясь на аналогию со старой задачей, учащийся делает вывод (projecting inference) в отношении решения новой задачи. Для иллюстрации возьмем две классические для исследования трансфера задачи [Gentner, 1983]. В первой, учебной задаче поставлена военная цель: нужно разрушить неприятельский форт, но сделать это можно военной группировкой определенной мощности, а провести такую группировку к форту нет никакой возможности. Решение проблемы заключается в том, чтобы сосредоточить силы военной группировки в определенной точке, отправив их туда разными путями. Новая, трансферная задача описывает медицинскую проблему: для устранения опухоли нужно добиться высокой мощности облучения пораженного участка, но такое воздействие разрушит окружающие здоровые ткани, лежащие на пути облучения. Построение соответствий между структурами двух задач происходит примерно так: войска → лучи; форт → опухоль; узость подъездных путей → повреждение тканей; военная мощь → мощность облучения [Gentner, Smith, 2012]. Из этого сопоставления следует вывод: нужно распределить небольшие по мощности источники облучения по разным точкам, так чтобы рентгеновские лучи объединяли свое действие только в точке опухоли.

На этом этапе способ решения учебной задачи должен ментально кодироваться на абстрактном уровне как принцип сосредоточения в одной точке сил, поступающих из разных источников. Это даст возможность выстроить структурную аналогию с новой задачей. Если же учебная задача ментально кодировалась на уровне поверхностных деталей контекста (опухоль, рентгеновские лучи), то аналогия с правильным способом решения при обдумывании новой задачи будет недоступна.

Мы имеем здесь очевидно конфликтные отношения между факторами успешности трансфера: если на первом этапе, для извлечения из памяти сходной задачи, требуется поверхностное сходство, то на втором этапе, при построении структурных соответствий, — структурное. Если учесть, что внешнее подобие задач часто не отражает их структурного сходства и может вводить в заблуждение, этот конфликт становится вдвойне значимым, особенно с точки зрения обучения, к чему мы вернемся чуть ниже.

На третьем этапе трансфера происходит оценка решения с точки зрения его соответствия поставленной цели и последствий

сделанных по аналогии выводов [Gentner, Smith, 2012]. Роль ментальной репрезентации задачи здесь уже минимальна, и на первый план выступают метакогнитивные навыки, например контроль.

2.4. Способствующее обучение

В концепции моделирования предлагаемые подходы к обучению плохо связаны с постулируемым механизмом применения полученных знаний в новой ситуации. Исследователи трансфера, напротив, стремятся логически связать способы обучения с механизмом переноса.

2.4.1. Понимание абстрактной структуры и роль конкретных примеров в обучении

Множество исследований убедительно свидетельствует: чтобы усвоенное имело шанс быть корректно использованным в новых контекстах, абсолютно необходимо понимание глубинной структуры изучаемого материала. Это значит, что задачи должны ментально кодироваться на абстрактном уровне, т. е. внешние детали специфических контекстов не должны включаться как ключевые в ментальную репрезентацию задачи. При абстрактном кодировании изученное легче переносится в самые разные конкретные условия новых задач, чем при изучении материала на примере нескольких конкретных случаев и ассоциировании решения с какими-то конкретными внешними деталями контекста.

С другой стороны, необходимое условие спонтанного трансфера — воспоминание об аналогичной изученной задаче — выполняется, прежде всего, благодаря внешнему сходству между какими-то деталями старой и новой задачи. Чтобы уловить внешнее сходство, необходимо знакомство с деталями конкретных задач, на которых проходило обучение. Контекстная насыщенность задач облегчает доступ к ним при столкновении с новой задачей, а следовательно, вероятность успешного трансфера увеличивается. В этой теоретической перспективе обучение необходимо строить на богатом контекстом материале с множеством детальных примеров, которые будут облегчать восстановление из памяти аналогичных задач. Кроме того, возможно, структуру задачи легче понять из примеров. Так должен ли учебный материал быть абстрактным или он должен быть связан с возможными контекстами его потенциального применения?

Эта дилемма, заложенная в постулатах трансфера, подкрепляется амбивалентными результатами экспериментов (более полную дискуссию см., например, в [Reeves, Weisberg, 1993]). С одной стороны, было показано, что способ решения легче переносится с абстрактного на конкретный уровень, чем наоборот. Студенты, изучавшие тему арифметической прогрессии (алгебра, абстрактный уровень), с большой вероятностью опознавали физические задачи на постоянное ускорение и дистанцию как аналогичные алгебраическим по принципу решения. И напротив, студенты, усвоившие тот же принцип на материале физических задач на ускорение, почти никогда не распознавали как аналогич-

ные более абстрактные задачи на прогрессию и не переносили на них способ решения физических задач [Bassok, Holyoak, 1989]. Качественные исследования также убеждают в том, что понимание абстрактной структуры задачи является необходимым звеном в механизме переноса [Robertson, 1990].

Так называемые практики обучения с использованием схем (schema-based instructions) также подтверждают эффективность абстрактного материала для трансфера. Показано, что схематическая пространственная репрезентация задачи, создание схемы способствует лучшему пониманию структуры, лежащей в основе задачи [Logie, 1995; Poltrock, Agnoli, 1986], и эффективной коммуникации по поводу задачи [Abdullah, Halim, Zakaria, 2014]. При этом создание схем оказалось полезным только для работы с трудными для учащегося задачами, в то время как для простых задач требование создать схему увеличивало когнитивную нагрузку, но не улучшало решение. Исследователи объясняют такое различие в эффективности схем тем, что решение сложной задачи требует целого комплекса действий, и в этом случае схемы становятся полезны для снижения нагрузки на оперативную память [Beitzel, Staley, 2015; Zahner, Corter, 2010].

С другой стороны, есть исследования, результаты которых подтверждают необходимость «прикладных», контекстно насыщенных задач и частных примеров для дальнейшего переноса изученного. Например, показано, что учащиеся, выполнявшие упражнения на применение статистических концепций к ситуациям реальной жизни, более успешно осуществляли затем трансфер этих концепций, по сравнению с теми, кто не делал «практических» упражнений [Daniel, Braasch, 2013].

Более детальные исследования показали, что на эффективность трансфера влияют не сами по себе контекстные задачи и примеры, а то, как они используются в обучении, как они связаны с изучаемой концепцией, и то, насколько примеры (тренировочные задачи) различаются между собой. Только примеры, которые сравнивались между собой с целью получить общую схему решения, абстрагированную от частного контекста, облегчали дальнейший трансфер способа решения, по сравнению с ситуациями, когда учебные примеры предлагались, но не сравнивались между собой [Gick, Holyoak, 1980; Kurtz, Boukrina, Gentner, 2013]. Оказалось также, что прямого объяснения абстрактного принципа решения недостаточно, недостаточно и его простой иллюстрации в виде примера. Только поиск общего при сравнении случаев друг с другом или случая и принципа существенно увеличивает вероятность последующего трансфера [Gentner, Loewenstein, Thompson, 1999].

Примеры, которые вскрывали связь между изучаемой концепцией и требуемыми вычислениями, облегчали применение этой концепции в новых ситуациях. Те примеры и тренировочные задачи, которые были ориентированы на совершенствование вычис-

лительных или процессуальных навыков, не улучшали трансфер [Atkinson, Catrambone, Merrill, 2003].

Степень разнообразия контекстов в обучающих задачах по-разному влияет на процесс обучения и на дальнейший перенос. При небольших различиях между контекстами учебных задач учащимся быстрее удастся выявить их структуру, но на дальнейший перенос отсутствие значительных различий между контекстами существенного влияния не оказывает. При больших различиях в контекстах учебных задач выявление их общей структуры шло трудно, занимало много времени, но в дальнейшем значительно улучшалось трансфер [Didierjean, Nogry, 2004; Gick, McGarry, 1992].

В целом, видимо, ни само по себе обучение абстрактному принципу, ни само по себе насыщение учебного материала примерами не играет значимой роли. Важна, скорее, деятельность самого учащегося по выявлению общего принципа на конкретных контекстуально насыщенных задачах или по поиску проявления изученного абстрактного принципа в разнообразных детализированных контекстах.

Способы выявления структуры задачи, или общего принципа решения, могут различаться. Кроме работы с тренировочными примерами эффективны также прямая установка и деятельность, направленные на вычленение структуры задач, например посредством явной маркировки подцелей, вовлеченных в сложную математическую процедуру [Atkinson, Catrambone, Merrill, 2003].

2.4.2. Установки на обучение

Многие исследователи сходятся во мнении, что успешность, с которой учащиеся будут применять полученные знания в новых ситуациях, в значительной степени зависит от позиции, занимаемой по отношению к обучению учителями и учащимися. Такой вывод основан на работах, в которых оценивался эффект конструктивистской рамки обучения по сравнению с традиционной [Engle et al., 2012; Serafino, Cicchelli, 2003]; в которых учащихся поощряли к тому, чтобы они сами определяли условия, позволяющие применить изучаемый материал, к тому, чтобы они объясняли свои идеи не только учебной группе или учителю, но и другим людям; в которых учащимся демонстрировали возможности применения изученного за пределами класса и постоянно возвращались к этому «расширенному применению»; в которых учащимся предоставляли возможность самим исправлять свои ошибки, и др.

Другая линия работ связана с непосредственным формированием установки на определенный тип когнитивной работы, а именно: привычки анализировать структуру задачи, прежде чем решать ее. В одном из немногих исследований данного направления было показано, что учащиеся, предварительно решавшие задачу, которая требовала анализа внутренних отношений, склонны интерпретировать следующие задачи с этой же точки зрения [Bliznashki, Kokinov, 2010]. А. Браун и М. Кэйн удалось сформиро-

вать у дошкольников как привычный образ мышления навык искать структурные аналогии между примерами [Brown, Kane, 1988].

Улучшить трансфер изученного помогает также смена установки учащихся с «выполнения» (performance) на «овладение» (mastery). «Выполнить» означает добиться успеха в проверочных заданиях и продемонстрировать свои навыки относительно остальной группы, тогда как «овладеть» значит достичь личных целей обучения и совершенствования, связанных с долговременным успехом. Смена установки с «выполнить» на «овладеть» оказывает позитивное воздействие на разные аспекты качества обучения, и в том числе на трансфер. Двум группам обучающихся переговорным стратегиям давали разные инструкции: в одной подчеркивалась необходимость непосредственного достижения определенного результата и минимизации ошибок, другая нацеливалась на овладение материалом [Bereby-Meyer, Moran, Ungger-Avigam, 2004]. Различий между группами в близком трансфере не оказалось, а вот в задачах с измененным сценарием и новыми деталями условий (далекий трансфер) группа, ориентированная на овладение материалом, продемонстрировала более высокую эффективность, чем группа, ориентированная на достижения. Схожие результаты получены в исследовании, в котором перед учащимися ставили разные цели: непосредственные достижения vs свободное исследование учебного материала без какой-либо специфической задачи [Vollmeyer, Burns, Holyoak, 1996].

Навык анализа задачи для вычленения лежащей в ее основе структуры, столь необходимый для трансфера, очень близок к группе навыков, которые считаются важными для успешного решения любых задач: это навыки критического мышления, рефлексии, самомониторинга, контроля, планирования, интроспекции, или, как их обычно называют, метакогнитивные навыки. Есть основания ожидать, что специальное развитие таких навыков будет способствовать успешному переносу изученного материала в новые ситуации. Исследований, где бы метакогнитивные навыки рассматривались как предиктор успешного переноса, на удивление немного. Тем не менее есть эмпирические свидетельства того, что развитие метакогнитивных навыков действительно улучшает трансфер, например, через стимулирование взаимообучения, которое способствует интроспективному осознанию и самомониторингу [Bransford, Schwartz, 1999].

О роли метакогнитивных навыков позволяют судить также данные исследований эффекта обучающих программ, включающих самообъяснение (объяснение себе, self-explanation) — обоснование для самого себя тех или иных шагов в решении, обсуждение с самим собой целей, результатов и взаимоотношений между последовательными действиями. Они показали, что учащиеся, у которых сформировались навыки самообъяснения, при реше-

2.4.3. Метакогнитивные навыки

нии задачи вырабатывают стратегию действий вместо хаотичного опробования разных способов найти ответ, и что использование стратегий улучшает способность к переносу изученного материала. М. Чи с коллегами [Chi, Bassok, Lewis et al., 1989] установила, что те учащиеся, кто использовал самообъяснение во время обучения, были гораздо более успешны в решении задач на перенос. Механизм действия самообъяснения двоякий: оно дополняет представленную информацию подходящими умозаключениями, а кроме того, помогает осознать и скорректировать несоответствия между построенной ментальной моделью и предложенной проблемной ситуацией [Chi, 2000]. (Схожие исследования, в которых более детально изучались эффекты разных стилей самообъяснения при разных условиях решения задач, см. в: [Renkl, Stark, Gruber et al., 1998; Atkinson, Renkl, Merrill, 2003].)

3. Пересечение концепций: ключевые когнитивные шаги для применения знаний

Чтобы резюмировать представленную информацию о природе трансфера и моделирования и о способах организации обучения, способного их поддержать, мы свели предыдущее обсуждение к таблице (табл. 1). Первое важное различие между моделированием и трансфером состоит в относительной узости первого конструкта и широте второго. Моделирование имеет дело с применением математического языка как предметом школьного обучения и единственным его результатом. В качестве пространства применения декларируются любые повседневные ситуации, но по факту моделирование изучается на материале математических текстовых задач, которые репрезентируют повседневность. Трансфер рассматривается как результат любого обучения, и пространство применения изученного также теоретически ничем не ограничено. С этой точки зрения концепция трансфера выглядит более многообещающей для целей обучения, чем концепция моделирования, хотя процессуальные исследования трансфера довольно редки, и поэтому для создания «технологий» обучения требуется дополнительная работа.

В описании механизма применения изученного между двумя рассматриваемыми концепциями имеется определенное сходство. И моделирование, и трансфер предполагают построение ситуационной модели для новой задачи. Ситуационная модель в обеих концепциях структурирует конкретную ситуацию в более общих, более абстрактных терминах. Она представляет собой общее описание всех структурно аналогичных задач, так как не включает детали, специфические для каждой задачи. В обеих концепциях этот шаг принципиально важен для успешного применения приобретенных знаний.

Дальнейшее движение с этого уровня различается: при выполнении трансфера сопоставляются ситуационные модели известной и новой задачи и делается вывод о возможном решении

Таблица 1. Структура применения изученного с позиций моделирования и трансфера

	Моделирование	Трансфер
Предмет (что применяется)	Математический язык	Варьирует в широких пределах
Контекст (где применяется)	Декларируется: реальная (повседневная) жизнь. Фактически: математические текстовые задачи	Варьирует в широких пределах
Механизм/ процесс (как применяется)	Последовательность действий: 1) структурирование (построение ситуационной модели); 2) математизация (кодирование на математическом языке ситуационной модели и переход к математической модели); 3) оперирование с моделью, вычисления; 4) интерпретация (оценка) полученного результата	Последовательность действий: 1) извлечение из долговременной памяти схожей задачи; 2) структурно-сопоставительная аналогия, выравнивание, проведение следствий; 3) оценка проведенной аналогии
Способствующее обучение	Условия обучения, способствующие эффективному моделированию, описаны только в общем виде, поскольку моделирование рассматривается как элемент более широкой культуры «осмысленного» преподавания математики. К таким условиям относятся, в частности, осознание необходимости моделирования как учителями, так и учениками, создание modeling discourse; прямое обучение стратегии моделирования; предоставление учащимся возможности самим устанавливать связи между разными математическими темами и между математикой и окружающей действительностью; метакогнитивные навыки; конструктивистская рамка в обучении	<ul style="list-style-type: none"> • Сравнение конкретных примеров с целью выявить лежащую в основании задач общую структуру; • установка на перенос изучаемого материала; • формирование стиля мышления, сфокусированного на анализе задачи; • метакогнитивные навыки анализа, рассуждения, оценки, самообъяснения и проч.

новой задачи; при моделировании происходит дальнейшее абстрагирование моделируемых отношений, при этом обобщенные термины, в которых описывалась ситуационная модель, перекодируются в еще более абстрактные математические символы

Математическая модель появляется только в концепции моделирования, в концепции трансфера ее нет. Математическая модель позволяет точно зафиксировать количественные отношения между элементами в ситуационной модели. Будучи созданной, математическая модель, кроме того, позволяет выражать один элемент структуры задачи через другой, оценивать влияние из-

менения одной величины на динамику другой, выполнять другие математические операции. Манипулирование с математической моделью позволяет не только решить отдельную новую задачу, но и строить прогноз, находить граничные условия для всех структурно аналогичных задач.

Принципиально важна и для моделирования, и для трансфера возможность создавать репрезентации, отличающиеся степенью абстрактности, но тождественные друг другу. «Тождественные» означает, что все ключевые элементы исходной конкретной задачи по-прежнему фигурируют в описании, на каком бы уровне обобщения оно ни было представлено. При моделировании мы имеем одну задачу (реальную ситуацию, проблему) и несколько последующих преобразований с конкретного уровня на полностью абстрактный, когда строится математическая модель, и обратно, когда происходит интерпретация математического решения на языке конкретной задачи. При трансфере используются условно два уровня описания, конкретный и обобщенный, и одно преобразование — построение ситуационной модели. При этом каждое преобразование в любой из двух концепций подразумевает удержание (построение) структурного соответствия между уровнями описания ситуации.

Разделение уровней обобщенности или абстрактности, как и сами уровни, совершенно условно. Речь просто идет о том, что ситуационная модель описывается в более абстрактных терминах, чем конкретная ситуация, а математическая модель есть более абстрактное описание, чем ситуационная модель. Мы бы предпочли обсуждать их скорее как непрерывные переходы в континууме «конкретный — абстрактный», чем как дискретные уровни.

Как показал наш анализ, построение структурного описания задачи (ситуационной модели) является принципиально важным шагом в применении изученного как в концепции моделирования, так и в концепции трансфера. Другое необходимое действие в обеих концепциях — структурное сопоставление, т. е. установление соответствий между описаниями ситуации на разных уровнях обобщения. Опираясь на такое представление об обязательных условиях корректного применения изученного, можно переоценить практики способствующего обучения, которые предлагает каждая концепция. Во-первых, все, что относится к формированию правильной мотивации и установки, можно интерпретировать как неспецифическую поддержку, активирующую познавательную деятельность в целом, где структурирование — ее частный случай. Во-вторых, среди метакогнитивных навыков особенно важны навыки анализа, сравнения и обобщения, на которых строится и структурирование, и сопоставление структур. В-третьих, ключевая роль принадлежит прямым инструкциям к сравнению внешне различных, но структурно аналогичных задач с выходом на абстрагирование их общей структуры.

Структурирование и сопоставления как принципиальные условия трансфера могут служить критериями для оценки учебных заданий. Если учащиеся вовлекаются в сравнение процессов или ситуаций, представленных на разных уровнях обобщения или в разных знаковых системах (текстовое описание — график — функция), или если они преобразуют одну репрезентацию в другую, удерживая структурное соответствие, то теоретически такая работа будет способствовать формированию знания с высоким потенциалом к переносу.

Литература

1. Арнольд В. И. О преподавании математики // Успехи математических наук. 1998. Т. 53. № 1. С. 229–235.
2. Гальперин П. Я. Типы ориентировки и типы формирования действий и понятий // Доклады АПН РСФСР. 1958. № 2. С. 75–78.
3. Салмина Н. Г. Знак и символ в обучении. М.: Изд-во Московского университета, 1988.
4. Талызина Н. Ф. Педагогическая психология. М.: Академия, 2011.
5. Тюменева Ю. А. Источники ошибок при выполнении «обыденных» математических заданий // Вопросы психологии. 2015. № 2. С. 21–31.
6. Фридман Л. М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. М.: Педагогика, 1977.
7. Шевкин А. Текстовые задачи в школьном курсе математики. 5–9-й классы // Математика. 2005. № 23. С. 19–26.
8. Юшкевич А. П. (ред.) История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. Т. 1. М.: Наука, 1970.
9. Abdullah N., Halim L., Zakaria E. (2014) VStops: A Thinking Strategy and Visual Representation Approach in Mathematical Word Problem Solving toward Enhancing Stem Literacy Eurasia // Journal of Mathematics, Science and Technology Education. Vol. 10. No 3. P. 165–174.
10. Atkinson R. K., Catrambone R., Merrill M. M. (2003) Aiding Transfer in Statistics: Examining the Use of Conceptually Oriented Equations and Elaborations during Subgoal Learning // Journal of Educational Psychology. Vol. 95. No 4. P. 762–773.
11. Atkinson R. K., Renkl A., Merrill M. M. (2003) Transitioning from Studying Examples to Solving Problems: Effects of Self-Explanation Prompts and Fading Worked-Out Steps // Journal of Educational Psychology. Vol. 95. No 4. P. 774–783.
12. Barnett S. M., Ceci S. J. (2002) When and Where Do We Apply What We Learn? A Taxonomy for Far Transfer // Psychological Bulletin. Vol. 128. No 4. P. 612–637.
13. Bassok M., Holyoak K. J. (1989) Interdomain Transfer between Isomorphic Topics in Algebra and Physics // Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition. Vol. 15. No 1. P. 153–166.
14. Beitzel B. D., Staley R. K. (2015) The Efficacy of Using Diagrams: When Solving Probability Word Problems in College // The Journal of Experimental Education. Vol. 83. No 1. P. 130–145.
15. Bereby-Meyer Y., Moran S., Unger-Aviram E. (2004) When Performance-Goals Deter Performance: Transfer of Skills in Integrative Negotiations // Organizational Behavior and Human Decision Processes. Vol. 93. No 2. P. 142–154.
16. Berends I. E., van Lieshout E. C. D. M. (2009) The Effect of Illustrations in

- Arithmetic Problem-Solving: Effects of Increased Cognitive Load // Learning and Instruction. Vol. 19. No 4. P. 345–353.
17. Blessing S. B., Ross B. H. (1996) Content Effects in Problem Categorization and Problem Solving // Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition. Vol. 22. No 3. P. 792–810.
 18. Bliznashki S., Kokinov B. (2010) Relational versus Attributional Mode of Problem Solving? Proceedings of the Thirty-Second Annual Conference of the Cognitive Science Society. Portland, OR: Cognitive Science Society. P. 465–470.
 19. Blum W., Ferri R. B. (2009) Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? // Journal of Mathematical Modelling and Application. Vol. 1. No 1. P. 45–58.
 20. Boaler J. (1993) Encouraging the Transfer of «School» Mathematics to the «Real World» through the Integration of Process and Content, Context and Culture // Educational Studies in Mathematics. Vol. 25. No 4. P. 341–373.
 21. Bransford J. D., Schwartz D. L. (1999) Rethinking Transfer: A Simple Proposal with Multiple Implications // Review of Research in Education. Vol. 24. Ch. 3. P. 61–100.
 22. Brown A. L., Kane M. J. (1988) Preschool Children Can Learn to Transfer: Learning to Learn and Learning from Example // Cognitive Psychology. Vol. 20. No 4. P. 493–523.
 23. Chi M. T.H. (2000) Self-Explaining Expository Texts: The Dual Processes of Generating Inferences and Repairing Mental Models // R. Glaser (ed.) Advances in Instructional Psychology. Mahwah: Erlbaum. P. 161–238.
 24. Chi M. T.H., Bassok M., Lewis M. W., Reimann P., Glaser R. (1989) Self-Explanations: How Students Study and Use Examples in Learning to Solve Problems // Cognitive Science. Vol. 13. No 2. P. 145–182.
 25. Christie S., Gentner D. (2010) Where Hypotheses Come From: Learning New Relations by Structural Alignment // Journal of Cognition and Development. Vol. 11. No 3. P. 356–373.
 26. Daniel F., Braasch J. L.G. (2013) Application Exercises Improve Transfer of Statistical Knowledge in Real-World Situations // Teaching of Psychology. Vol. 40. No 3. P. 200–207.
 27. Daroczy G., Wolska M., Meurers W. D., Nuerk H.-C. (2015) Word Problems: A Review of Linguistic and Numerical Factors Contributing to Their Difficulty // Frontiers in Psychology. Vol. 6. No 348. P. 1–13.
 28. Davis-Dorsey J., Ross S. M., Morrison G. R. (1991) The Role of Rewording and Context Personalization in the Solving of Mathematical Word-Problems // Journal of Educational Psychology. Vol. 83. No 1. P. 61–68.
 29. De Corte E., Verschaffel L., Greer B. (2000) Connecting Mathematics Problem Solving to the Real World. Proceedings of the International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics for Living. Amman, Jordan, November, 18–23, 2000. P. 66–73.
 30. Didierjean A., Nogry S. (2004) Reducing Structural-Element Salience on a Source Problem Produces Later Success in Analogical Transfer: What Role Does Source Difficulty Play? // Memory and Cognition. Vol. 32. No 7. P. 1053–1064.
 31. Engle R. A., Lam D. P., Meyer X. S., Nix S. E. (2012) How Does Expansive Framing Promote Transfer? Several Proposed Explanations and a Research Agenda for Investigating Them // Educational Psychologist. Vol. 47. No 3. P. 215–231.
 32. Ferri R. B. (2006) Theoretical and Empirical Differentiations of Phases in the Modelling Process // ZDM. Vol. 38. No 2. P. 86–95.
 33. Frejd P. (2013) Modes of Modelling Assessment — A Literature Review // Educational Studies in Mathematics. Vol. 84. No 3. P. 413–438.

34. Freudenthal H. (1973) *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Springer.
35. Freudenthal H. (1991) *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Norwell: Kluwer Academic Publishers.
36. Gentner D. (1983) *Structure-Mapping: A Theoretical Framework for Analogy*// *Cognitive Science*. Vol. 7. No 2. P. 155–170.
37. Gentner D., Smith L. (2012) *Analogical Reasoning*// V. Ramachandran (ed.) *Encyclopedia of Human Behavior*. New York: Elsevier. P. 130–136.
38. Gentner D., Loewenstein J., Thompson L. (1999) *Analogical Encoding Facilitates Knowledge Transfer in Negotiation*// *Psychonomic Bulletin and Review*. Vol. 6. No 4. P. 586–597.
39. Gentner D., Loewenstein J., Thompson L., Forbus K. D. (2009) *Reviving Inert Knowledge: Analogical Abstraction Supports Relational Retrieval of Past Events*// *Cognitive Science*. Vol. 33. No 8. P. 1343–1382.
40. Gick M. L., Holyoak K. J. (1980) *Analogical Problem Solving*// *Cognitive Psychology*. Vol. 12. No 3. P. 306–355.
41. Gick M. L., McGarry S. J. (1992) *Learning from Mistakes: Inducing Analogous Solution Failures to a Source Problem Produces Later Successes in Analogical Transfer*// *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. Vol. 18. No 3. P. 623–639.
42. Gürel B., Gürses M., Habibullin I. (1995) *Boundary Value Problems for Integrable Equations Compatible with the Symmetry Algebra*// *Journal of Mathematical Physics*. Vol. 36. No 12. P. 6809–6821.
43. Krauss S., Brunner M., Kunter M., Jordan A. (2008) *Pedagogical Content Knowledge and Content Knowledge of Secondary Mathematics Teachers*// *Journal of Educational Psychology*. Vol. 100. No 3. P. 716–725.
44. Kurtz K. J., Boukrina O., Gentner D. (2013) *Comparison Promotes Learning and Transfer of Relational Categories*// *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. Vol. 39. No 4. P. 1303–1310.
45. LeBlanc M. D., Weber-Russell S. (1996) *Text Integration and Mathematical Connections: A Computer Model of Arithmetic Word Problem Solving*// *Cognitive Science*. Vol. 20. No 3. P. 357–407.
46. Lepik M. (1990) *Algebraic Word Problems: Role of Linguistic and Structural Variables*// *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 21. No 1. P. 83–90.
47. Logie R. H. (1995) *Visuo-Spatial Working Memory*. Hillsdale: Erlbaum.
48. Martin S. A., Bassok M. (2005) *Effects of Semantic Cues on Mathematical Modeling: Evidence from Word-Problem Solving and Equation Construction Tasks*// *Memory and Cognition*. Vol. 33. No 3. P. 471–478.
49. Mayer R. E. (1981) *Frequency Norms and Structural Analysis of Algebra Story Problems into Families, Categories, and Templates*// *Instructional Science*. Vol. 10. Iss. 2. P. 135–175.
50. McGuinness C. (1986) *Problem Representation: The Effects of Spatial Arrays*// *Memory and Cognition*. Vol. 14. No 3. P. 270–280.
51. Muth K. D. (1992) *Extraneous Information and Extra Steps in Arithmetic Word Problems*// *Contemporary Educational Psychology*. Vol. 17. No 3. P. 278–285.
52. National Council of Teachers of Mathematics (2006) *Principles and Standards for School Mathematics: An Overview*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
53. Niss M., Blum W., Galbraith P. (2007) *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New York: Springer.
54. Noddings N. (1990) *Constructivism in Mathematics Education*// R. B. Davis, C. A. Maher, N. Noddings (eds) *Constructivist Views on Teaching and Learning Mathematics*. JRME Monograph No 4. Reston: National Council of Teachers of Mathematics. P. 7–18.

55. Novick L., Hmelo C. E. (1994) Transferring Symbolic Representations across Nonisomorphic Problems // *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. Vol. 20. No 6. P. 1296–1321.
56. Novick L. R. (1990) Representational Transfer in Problem Solving // *Psychological Science*. Vol. 1. No 2. P. 128–132.
57. OECD (2009) *Creating Effective Teaching and Learning Environments: First Results from TALIS*. Paris: OECD.
58. OECD (2013) *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris: OECD.
59. Poltrock S. E., Agnoli F. (1986) Are Spatial Visualization Ability and Visual Imagery Ability Equivalent? // R. J. Sternberg (ed.) *Advances in the Psychology of Human Intelligence*. Vol. 3. Hillsdale: Erlbaum. P. 255–296.
60. Reed S. K. (2012) Learning by Mapping Across Situations // *Journal of the Learning Sciences*. Vol. 21. No 3. P. 353–398.
61. Reeves L. M., Weisberg R. W. (1993) Abstract versus Concrete Information as the Basis for Transfer in Problem Solving: Comment on Fong and Nisbett (1991) // *Journal of Experimental Psychology: General*. Vol. 122. No 1. P. 125–128.
62. Renkl A., Stark R., Gruber H., Mandl H. (1998) Learning from Worked-Out Examples: The Effects of Example Variability and Elicited Self-Explanations // *Contemporary Educational Psychology*. Vol. 23. No 1. P. 90–108.
63. Reusser K. (1996) From Cognitive Modeling to the Design of Pedagogical Tools // S. Vosniadou, E. De Corte, R. Glaser, H. Mandl (eds) *International Perspectives on the Design of Technology-Supported Learning Environments*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates. P. 81–103.
64. Robertson W. C. (1990) Detection of Cognitive Structure with Protocol Data: Predicting Performance on Physics Transfer Problems // *Cognitive Science*. Vol. 14. No 2. P. 253–280.
65. Serafino K., Cicchelli T. (2003) Cognitive Theories, Prior Knowledge, and Anchored Instruction on Mathematical Problem Solving and Transfer // *Education and Urban Society*. Vol. 36. No 1. P. 79–93.
66. Thorndike E. L. (1924) Mental Discipline in High School Studies // *Journal of Educational Psychology*. Vol. 15. No 1. P. 83–98.
67. Thorndike E. L., Woodworth R. S. (1901) The Influence of Improvement in One Mental Function upon the Efficiency of Other Functions // *Psychological Review*. Vol. 8. No 3. P. 247–261.
68. Verschaffel L., De Corte E. (1993) A Decade of Research on Word Problem Solving in Leuven: Theoretical, Methodological, and Practical Outcomes // *Educational Psychology Review*. Vol. 5. No 3. P. 239–256.
69. Vicente S., Orrantia J., Verschaffel L. (2007) Influence of Situational and Conceptual Rewording on Word Problem Solving // *British Journal of Educational Psychology*. Vol. 77. No 4. P. 829–848.
70. Vollmeyer R., Burns B. D., Holyoak K. J. (1996) The Impact of Goalspecificity on Strategy Use and the Acquisition of Problem Structure // *Cognitive Science*. Vol. 20. No 1. P. 75–100.
71. Wertheimer M. (1982) *Productive Thinking*. Chicago: University of Chicago.
72. YZZ (Research Group for Constituting Mathematic Curriculum Standards) (2003) *Mathematic Curriculum Standards for High School in China*. People Education Press.
73. Zahner D., Corter J. E. (2010) The Process of Probability Problem Solving: Use of External Visual Representations // *Mathematical Thinking and Learning*. Vol. 12. No 2. P. 177–204.

Two Approaches to the Concept of Knowledge Application: Transfer and Modeling Overview and Criticism

Yulia Tyumeneva

Candidate of Sciences in Psychology, Associate Professor, Institute of Education, National Research University Higher School of Economics. Address: 20 Myas-nitskaya str., 101000 Moscow, Russian Federation. E-mail: jtiumeneva@hse.ru

Authors

Irina Shklyaeva

Master of Psychology, Analyst, Moscow Center for Education Quality. Address: 9a Vtoroy Verkhniy Mikhaylovskiy pass., 115419 Moscow, Russian Federation. E-mail: irshklyaeva@gmail.com

The patterns of knowledge application in new situations are explored from the perspectives of modeling and transfer. We provide an overview of studies to compare these two conceptions and get a comprehensive idea of which psychological processes are involved in knowledge application, what will change in research and teaching practices if the conceptual frameworks change, and how these conceptions can contribute to each other. We show that analyzing the problem structure and comparing problem models in different representational systems are the key prerequisites for a successful knowledge application in both conceptions. Based on the data obtained, we draw conclusions about approaches to education promoting effective knowledge application and about training problem assessment criteria.

Abstract

learning, knowledge application, modeling, transfer, mathematical word problems, deep and surface structure, generalization, metacognitive skills.

Keywords

Abdullah N., Halim L., Zakaria E. (2014) VStops: A Thinking Strategy and Visual Representation Approach in Mathematical Word Problem Solving toward Enhancing Stem Literacy Eurasia. *Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, vol. 10, no 3, pp. 165–174.

Arnold V. (1998) O prepodavanii matematiki [On Teaching Mathematics]. *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 53, no 1, pp. 229–235.

Atkinson R. K., Catrambone R., Merrill M. M. (2003) Aiding Transfer in Statistics: Examining the Use of Conceptually Oriented Equations and Elaborations during Subgoal Learning. *Journal of Educational Psychology*, no 95, no 4, pp. 762–773.

Atkinson R. K., Renkl A., Merrill M. M. (2003) Transitioning from Studying Examples to Solving Problems: Effects of Self-Explanation Prompts and Fading Worked-Out Steps. *Journal of Educational Psychology*, vol. 95, no 4, pp. 774–783.

Barnett S. M., Ceci S. J. (2002) When and Where Do We Apply What We Learn? A Taxonomy for Far Transfer. *Psychological Bulletin*, vol. 128, no 4, pp. 612–637.

Bassok M., Holyoak K. J. (1989) Interdomain Transfer between Isomorphic Topics in Algebra and Physics. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, vol. 15, no 1, pp. 153–166.

Beitzel B. D., Staley R. K. (2015) The Efficacy of Using Diagrams: When Solving Probability Word Problems in College. *The Journal of Experimental Education*, vol. 83, no 1, pp. 130–145.

References

- Bereby-Meyer Y., Moran S., Unger-Aviram E. (2004) When Performance Goals Deter Performance: Transfer of Skills in Integrative Negotiations. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, vol. 93, no 2, pp. 142–154.
- Berends I. E., van Lieshout E. C.D.M. (2009) The Effect of Illustrations in Arithmetic Problem-Solving: Effects of Increased Cognitive Load. *Learning and Instruction*, vol. 19, no 4, pp. 345–353.
- Blessing S. B., Ross B. H. (1996) Content Effects in Problem Categorization and Problem Solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, vol. 22, no 3, pp. 792–810.
- Bliznashki S., Kokinov B. (2010) Relational versus Attributional Mode of Problem Solving? Proceedings of the *Thirty-Second Annual Conference of the Cognitive Science Society, Portland, OR: Cognitive Science Society*, pp. 465–470.
- Blum W., Ferri R. B. (2009) Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, vol. 1, no 1, pp. 45–58.
- Boaler J. (1993) Encouraging the Transfer of “School” Mathematics to the “Real World” through the Integration of Process and Content, Context and Culture. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 25, no 4, pp. 341–373.
- Bransford J. D., Schwartz D. L. (1999) Rethinking Transfer: A Simple Proposal with Multiple Implications. *Review of Research in Education*, vol. 24, ch. 3, pp. 61–100.
- Brown A. L., Kane M. J. (1988) Preschool Children Can Learn to Transfer: Learning to Learn and Learning from Example. *Cognitive Psychology*, vol. 20, no 4, pp. 493–523.
- Chi M. T.H. (2000) Self-Explaining Expository Texts: The Dual Processes of Generating Inferences and Repairing Mental Models. *Advances in Instructional Psychology* (ed. R. Glaser), Mahwah: Erlbaum, pp. 161–238.
- Chi M. T.H., Bassok M., Lewis M. W., Reimann P., Glaser R. (1989) Self-Explanations: How Students Study and Use Examples in Learning to Solve Problems. *Cognitive Science*, vol. 13, no 2, pp. 145–182.
- Christie S., Gentner D. (2010) Where Hypotheses Come From: Learning New Relations by Structural Alignment. *Journal of Cognition and Development*, vol. 11, no 3, pp. 356–373.
- Daniel F., Braasch J. L.G. (2013) Application Exercises Improve Transfer of Statistical Knowledge in Real-World Situations. *Teaching of Psychology*, vol. 40, no 3, pp. 200–207.
- Daroczy G., Wolska M., Meurers W. D., Nuerk H.-C. (2015) Word Problems: A Review of Linguistic and Numerical Factors Contributing to Their Difficulty. *Frontiers in Psychology*, vol. 6, no 348, pp. 1–13.
- Davis-Dorsey J., Ross S. M., Morrison G. R. (1991) The Role of Rewording and Context Personalization in the Solving of Mathematical Word-Problems. *Journal of Educational Psychology*, vol. 83, no 1, pp. 61–68.
- De Corte E., Verschaffel L., Greer B. (2000) Connecting Mathematics Problem Solving to the Real World. Proceedings of the *International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics for Living (Amman, Jordan, November, 18–23, 2000)*, pp. 66–73.
- Didierjean A., Nogry S. (2004) Reducing Structural-Element Salience on a Source Problem Produces Later Success in Analogical Transfer: What Role Does Source Difficulty Play? *Memory and Cognition*, vol. 32, no 7, pp. 1053–1064.
- Engle R. A., Lam D. P., Meyer X. S., Nix S. E. (2012) How Does Expansive Framing Promote Transfer? Several Proposed Explanations and a Research Agenda for Investigating Them. *Educational Psychologist*, vol. 47, no 3, pp. 215–231.
- Ferri R. B. (2006) Theoretical and Empirical Differentiations of Phases in the Modelling Process. *ZDM*, vol. 38, no 2, pp. 86–95.

- Frejd P. (2013) Modes of Modelling Assessment—A Literature Review. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 84, no 3, pp. 413–438.
- Freudenthal H. (1973) *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Springer.
- Freudenthal H. (1991) *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Norwell: Kluwer Academic Publishers.
- Fridman L. (1977) *Logiko-psikhologicheskii analiz shkolnykh uchebnykh zadach* [Logical and Psychological Analysis of School Training Problems]. Moscow: Pedagogika.
- Galperin P. (1958) Tipy orientirovki i tipy formirovaniya deystviy i ponyatiy [Types of Attitude and Types of Procedure and Concept Mastery]. *Doklady APN RSFSR*, no 2, pp. 75–78.
- Gentner D. (1983) Structure-Mapping: A Theoretical Framework for Analogy. *Cognitive Science*, vol. 7, no 2, pp. 155–170.
- Gentner D., Smith L. (2012) Analogical Reasoning. *Encyclopedia of Human Behavior* (ed. V. Ramachandran), New York: Elsevier, pp. 130–136.
- Gentner D., Loewenstein J., Thompson L. (1999) Analogical Encoding Facilitates Knowledge Transfer in Negotiation. *Psychonomic Bulletin and Review*, vol. 6, no 4, pp. 586–597.
- Gentner D., Loewenstein J., Thompson L., Forbus K. D. (2009) Reviving Inert Knowledge: Analogical Abstraction Supports Relational Retrieval of Past Events. *Cognitive Science*, vol. 33, no 8, pp. 1343–1382.
- Gick M. L., Holyoak K. J. (1980) Analogical Problem Solving. *Cognitive Psychology*, vol. 12, no 3, pp. 306–355.
- Gick M. L., McGarry S. J. (1992) Learning from Mistakes: Inducing Analogous Solution Failures to a Source Problem Produces Later Successes in Analogical Transfer. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, vol. 18, no 3, pp. 623–639.
- Gürel B., Gürses M., Habıbullin İ. (1995) Boundary Value Problems for Integrable Equations Compatible with the Symmetry Algebra. *Journal of Mathematical Physics*, vol. 36, no 12, pp. 6809–6821.
- Krauss S., Brunner M., Kunter M., Jordan A. (2008) Pedagogical Content Knowledge and Content Knowledge of Secondary Mathematics Teachers. *Journal of Educational Psychology*, vol. 100, no 3, pp. 716–725.
- Kurtz K. J., Boukrina O., Gentner D. (2013) Comparison Promotes Learning and Transfer of Relational Categories. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, vol. 39, no 4, pp. 1303–1310.
- LeBlanc M. D., Weber-Russell S. (1996) Text Integration and Mathematical Connections: A Computer Model of Arithmetic Word Problem Solving. *Cognitive Science*, vol. 20, no 3, pp. 357–407.
- Lepik M. (1990) Algebraic Word Problems: Role of Linguistic and Structural Variables. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 21, no 1, pp. 83–90.
- Logie R. H. (1995) *Visuo-Spatial Working Memory*. Hillsdale: Erlbaum.
- Martin S. A., Bassok M. (2005) Effects of Semantic Cues on Mathematical Modeling: Evidence from Word-Problem Solving and Equation Construction Tasks. *Memory and Cognition*, vol. 33, no 3, pp. 471–478.
- Mayer R. E. (1981) Frequency Norms and Structural Analysis of Algebra Story Problems into Families, Categories, and Templates. *Instructional Science*, vol. 10, iss. 2, pp. 135–175.
- McGuinness C. (1986) Problem Representation: The Effects of Spatial Arrays. *Memory and Cognition*, vol. 14, no 3, pp. 270–280.
- Muth K. D. (1992) Extraneous Information and Extra Steps in Arithmetic Word Problems. *Contemporary Educational Psychology*, vol. 17, no 3, pp. 278–285.

- National Council of Teachers of Mathematics (2006) *Principles and Standards for School Mathematics: An Overview*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Niss M., Blum W., Galbraith P. (2007) *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New York: Springer.
- Noddings N. (1990) Constructivism in Mathematics Education. *Constructivist Views on Teaching and Learning Mathematics. JRME Monograph No 4* (eds R. B. Davis, C. A. Maher, N. Noddings), Reston: National Council of Teachers of Mathematics, pp. 7–18.
- Novick L., Hmelo C. E. (1994) Transferring Symbolic Representations across Non-isomorphic Problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, vol. 20, no 6, pp. 1296–1321.
- Novick L. R. (1990) Representational Transfer in Problem Solving. *Psychological Science*, vol. 1, no 2, pp. 128–132.
- OECD (2009) *Creating Effective Teaching and Learning Environments: First Results from TALIS*. Paris: OECD.
- OECD (2013) *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris: OECD.
- Poltrick S. E., Agnoli F. (1986) Are Spatial Visualization Ability and Visual Imagery Ability Equivalent? Advances in the Psychology of Human Intelligence (ed. R. J. Sternberg), Hillsdale: Erlbaum, vol. 3, pp. 255–296.
- Reed S. K. (2012) Learning by Mapping Across Situations. *Journal of the Learning Sciences*, vol. 21, no 3, pp. 353–398.
- Reeves L. M., Weisberg R. W. (1993) Abstract versus Concrete Information as the Basis for Transfer in Problem Solving: Comment on Fong and Nisbett (1991) *Journal of Experimental Psychology: General*, vol. 122, no 1, pp. 125–128.
- Renkl A., Stark R., Gruber H., Mandl H. (1998) Learning from Worked-Out Examples: The Effects of Example Variability and Elicited Self-Explanations. *Contemporary Educational Psychology*, vol. 23, no 1, pp. 90–108.
- Reusser K. (1996) From Cognitive Modeling to the Design of Pedagogical Tools. *International Perspectives on the Design of Technology-Supported Learning Environments* (eds S. Vosniadou, E. De Corte, R. Glaser, H. Mandl), Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 81–103.
- Robertson W. C. (1990) Detection of Cognitive Structure with Protocol Data: Predicting Performance on Physics Transfer Problems. *Cognitive Science*, vol. 14, no 2, pp. 253–280.
- Salmina N. (1988) *Znak i simbol v obuchenii* [Symbols and Icons in Learning]. Moscow: Moscow University.
- Serafino K., Cicchelli T. (2003) Cognitive Theories, Prior Knowledge, and Anchored Instruction on Mathematical Problem Solving and Transfer. *Education and Urban Society*, vol. 36, no 1, pp. 79–93.
- Shevkin A. (2005) Tekstovye zadachi v shkolnom kurse matematiki. 5–9-y klassy [Word Problems in School Mathematics: Grades 5–9]. *Matematika*, no 23, pp. 19–26.
- Talyzina N. (2011) *Pedagogicheskaya psikhologiya* [Pedagogical Psychology]. Moscow: Akademiya.
- Thorndike E. L. (1924) Mental Discipline in High School Studies. *Journal of Educational Psychology*, vol. 15, no 1, pp. 83–98.
- Thorndike E. L., Woodworth R. S. (1901) The Influence of Improvement in One Mental Function upon the Efficiency of Other Functions. *Psychological Review*, vol. 8, no 3, pp. 247–261.
- Tyumeneva Y. (2015) Istochniki oshibok pri vypolnenii "obydennykh" matematicheskikh zadaniy [Sources of Errors in Solving Real-Life Word Problems]. *Voprosy psikhologii*, no 2, pp. 21–31.

- Verschaffel L., De Corte E. (1993) A Decade of Research on Word Problem Solving in Leuven: Theoretical, Methodological, and Practical Outcomes. *Educational Psychology Review*, vol. 5, no 3, p. 239–256.
- Vicente S., Orrantia J., Verschaffel L. (2007) Influence of Situational and Conceptual Rewording on Word Problem Solving. *British Journal of Educational Psychology*, vol. 77, no 4, pp. 829–848.
- Vollmeyer R., Burns B. D., Holyoak K. J. (1996) The Impact of Goalspecificity on Strategy Use and the Acquisition of Problem Structure. *Cognitive Science*, vol. 20, no 1, pp. 75–100.
- Wertheimer M. (1982) *Productive Thinking*. Chicago: University of Chicago.
- Yushkevich A. (ed.) (1970) *Istoriya matematiki s drevneyshikh vremen do nachala XIX stoletiya* [History of Mathematics from the Ancient Times to the Early 19th Century]. Moscow: Nauka, vol. 1.
- YZZ (Research Group for Constituting Mathematic Curriculum Standards) (2003) *Mathematic Curriculum Standards for High School in China*. People Education Press.
- Zahner D., Corter J. E. (2010) The Process of Probability Problem Solving: Use of External Visual Representations. *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 12, no 2, pp. 177–204.